На правах рукописи

Вандеев Вячеслав Павлович

Пертурбативный анализ телепараллельной теории относительности Хаяши – Ширафуджи

1.3.3. — Теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Москва
2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт».

Научный руководитель:
Семенова Алла Николаевна, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение «Петербургский институт ядерной физики им. Б.П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», отделение теоретической физики, сектор квантовой теории поля, заведующий сектором.

Официальные оппоненты:
Петров Александр Николаевич, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова», Государственный Астрономический Институт имени П.К. Штернберга, отдел релятивистской астрофизики, ведущий научный сотрудник.

Шейкин Антон Андреевич, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт - Петербургский государственный университет», кафедра физики высоких энергий и элементарных частиц, доцент.

Ведущая организация:
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва.

Защита состоится ______________ в ________ часов на заседании диссертационного совета 24.1.163.01 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерных исследований Российской академии наук по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН и на сайте по адресу: http://www.inr.ru.

Автореферат разослан____________________________

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.163.01,
кандидат физ.-мат. наук *Демидов Сергей Владимирович*

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Сравнение результатов наблюдений гравитационных и космологических явлений с предсказаниями, говорит о том, что общая теория относительности (ОТО) прекрасно описывает подавляющее большинство известных нам процессов, но имеет серьезные проблемы с квантованием и описанием поведения темных секторов энергии-импульса. Поэтому крайне актуальным, что подтверждается большой публикативной активностью, в этой связи является вопрос о построении модифицированных моделей гравитации, в рамках которых можно было бы решить эти сложности, не потеряв согласия теории с наблюдением на уже имеющемся массиве наблюдаемых данных.

Данная работа сосредоточена на исследовании общих свойств телепараллельной теории гравитации, впервые предложенной японскими исследователями К. Хаяши и Т. Ширафуджи в 1979 году в [1], [2], как модификации ОТО, в рамках которой возникают дополнительные динамические степени свободы, которые в некоторых моделях, обладающих абсолютным параллелизмом, позволяют описать эффекты темной материи, как чисто гравитационные [3]. В оригинальной работе Хаяши и Ширафуджи назвали данный класс моделей *New general relativity*, в нижеследующем изложении будет использоваться аббревиатура NGR. Тот факт, что не так давно были детектированны гравитационные волны, оставляет надежды на скорое появление большого количества новых экспериментальных данных, которые позволят проверять адекватность ОТО и различных ее модификаций на все большем массиве современных наблюдений.

Цель диссертационной работы

Целью данной работы является анализ динамических свойств телепараллельного обобщения Хаяши – Ширафуджи общей теории относительности Эйнштейна. Прежде всего интересна адекватность этой теории в качестве альтернативы классической теории гравитации. Поэтому задача исследования состоит в определении области параметров, которые бы задавали модель, хорошо согласующуюся с ОТО, но не тождественную ей, для того, чтобы в перспективе описать поведение темных секторов энергии-импульса материи или, к примеру, инфлатона. Для этого в рамках данной диссертации решаются следующие задачи.

- Показать, что при поиске вакуумных статических сферически симметричных решений в теории Хаяши – Ширафуджи, тетрада может быть выбрана в виде, не порождающем антисимметричной части полевых уравнений, и продемонстрировать, что они допускают интегрирование в элементарных функциях при произвольных значениях параметров теории.

- Получить уравнения линеаризованных возмущений теории NGR над плоским пространством Минковского и классифицировать все переменные в тензорном, вектором и скалярном секторах возмущений тетрады.

- Описать поведение космологических возмущений уравнений движения над конформно плоской тетрадой, задающей метрику Фридмана – Робертсона – Уокера, в случае, когда материя в уравнениях движения представлена тензором энергии-импульса идеальной жидкостью.

- С помощью конформных преобразований динамической переменной теории, тетрады, построить конформные преобразования полевых уравнений движения.

- Определить наличие или отсутствие «сильной связи» (нестабильного количества калибровочных степеней свободы) в различных моделях, реализуемых исследуемой теорией Хаяши – Ширафуджи.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Показано, что вакуумные статические сферически симметричные решения могут быть найдены явно в терминах элементарных функций без ограничения общности параметров теории Хаяши – Ширафуджи, а использованная тетрада не порождает антисимметричной части полевых уравнений.

2. Получены возмущения вакуумных уравнений движения над тривиальным решением — пространством Минковского во всех девяти моделях, реализуемых различными комбинациями параметров теории Хаяши – Ширафуджи. В линейном порядке теории возмущений проведена классификация степеней свободы на динамические, калибровочные и ограниченные связями.

3. Получены уравнения линеаризованной теории Хаяши – Ширафуджи над фоновым пространством Фридмана – Робертсона – Уокера, как прямым вычислением, так и с помощью конформных преобразований тетрады. Определены модели, в которых космологические решения могут вести себя подобно ОТО.

4. Выявлен класс моделей, реализующихся в теории Хаяши – Ширафуджи, не обладающих проблемой «сильной связи» (то есть обладающих устойчивым количеством калибровочных мод в рамках линеаризованной теории) при переходе от фонового пространства Минковского к космологическому фону Фридмана, поэтому допускающих корректную постановку задачи Коши.

Научная новизна

Все вышеперечисленные положения, выносимые на защиту, основаны на новых результатах, впервые показано, что в теории Хаяши – Ширафуджи вакуумные сферически симметричные решения могут быть найдены явно в терминах элементарных функций без дополнительных ограничений на параметры теории, а также был предъявлен явный вид тетрады, не порождающей антисимметричной части полевых уравнений.

Поскольку полный гамильтонов анализ данной теории еще не был проведен, впервые были исследованы динамические свойства различных реализаций теории с помощью линеаризации уравнений движения над плоским пространством Минковского и космологическим пространством Фридмана – Робертсона – Уокера. Это позволяет классифицировать все степени свободы, по крайней мере в линейном приближении, не прибегая к использованию канонического формализма. Были выявлены ограничения на параметры теории, при которых удается не допустить появления духовых мод, а также выявить модели, лишенные проблемы «сильной связи», то есть нестабильного количества калибровочных степеней свободы.

Научная и практическая значимость

Кратко новизна и значимость результатов могут быть описаны следующим образом. Исследуется одна из телепараллельных [4]– [6] модификаций ОТО — линейная по трем четным скалярам кручения теория NGR, которая за более чем сорок лет своего существования, в отличие от нелинейных обобщений, например $f(T)$ - моделей, достаточно бедно описана в научной литературе. Анализируются динамические свойства различных реализаций теории с помощью вакуумных возмущений полевых уравнений над плоским пространством Минковского и космологических возмущений (попутно построив конформные преобразования уравнений движения) с целью определения моделей, которые могли бы претендовать на адекватное обобщение ОТО, а также классифицируются переменные в линеаризованной теории на динамические, калибровочные и те, что ограничены связями. Определен класс моделей исследуемой теории, которые лишены проблемы «сильной связи», а значит должны допускать корректную постановку задачи Коши.

Апробация

Основные результаты диссертации докладывались на конференциях:

1. LVI Зимняя Школа НИЦ КИ - ПИЯФ (Луга, 2024).
2. 66-я Всероссийская научная конференция МФТИ (Долгопрудный, 2024).
3. XI Международная школа-конференция молодых ученых и специалистов «Современные проблемы физики-2024» (Минск, 2024).
4. Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2024» (Москва, 2024).

А также научных семинарах:

1. Отделения теоретической физики НИЦ КИ ПИЯФ им. Б.П. Константинова.
2. Кафедры физики высоких энергий и элементарных частиц СПбГУ.
3. Лаборатории физики высоких энергий МФТИ.
4. Лаборатории теоретической физики имени А. А. Фридмана РГПУ имени А. И. Герцена.
5. Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ.
6. Отдела теоретической физики ИЯИ РАН.

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в трех печатных работах в изданиях, индексируемых базами данных “SCOPUS” и “Web of Science”. Все основные результаты, изложенные в диссертационной работе, получены соискателем либо при его прямом неотделимом участии в соавторстве, либо лично.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертации материалы, за исключением классических результатов дифференциальной геометрии и общей теории относительности, представленных во введении и главе 1, получены при непосредственном и неотделимом участии диссертанта.

Объем и структура

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, одного приложения и списка литературы из 61 наименования. Работа изложена на 108 страницах.

Содержание работы

Во **Введении** приводится краткая историческая справка идей абсолютного параллелизма, формулируется актуальность исследования, обозначаются цели и задачи диссертации. Перечисляются положения, выносимые на защиту, отмечается научная новизна и значимость работы. Приводится список публикаций и апробаций работ на конференциях и семинарах, лежащих в основе диссертации.

В **первой главе**, не содержащей новых результатов, приводятся основные геометрические объекты, используемые в работе, излагаются принципы построения телепараллельных лагранжианов, выводятся уравнения движения теории.

Динамической переменной теории является поле тетрад $e_{\mu}^{\cdot a}$, где оба индекса принимают значения $0, 1, 2, 3$, по ней с помощью метрики Минковского η_{ab} с сигнатурой $(+,-,-,-)$, может быть построена риманова метрика

$$g_{\mu\nu} = e_{\mu}^{\cdot a} e_{\nu}^{\cdot b} \eta_{ab}. \tag{1}$$

Параллельный перенос векторных и тензорных полей на пространственно-временном многообразии задается аффинной связностью Вайценбёка [7]

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = e^{\alpha}_{\cdot a}\partial_{\mu}e^{\cdot a}_{\nu}, \tag{2}$$

антисимметричная часть которой является кручением

$$T^{\alpha}_{\cdot\,\mu\nu} = \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} - \Gamma^{\alpha}_{\nu\mu}, \quad \text{с единственным следом} \quad T_{\mu} = T^{\alpha}_{\cdot\mu\alpha}, \tag{3}$$

четные скаляры которых задают плотность лагранжиана

$$\mathfrak{T} = \frac{a}{4}T^{\alpha\mu\nu}T_{\alpha\mu\nu} + \frac{b}{2}T^{\alpha\mu\nu}T_{\mu\alpha\nu} - cT^{\mu}T_{\mu}. \tag{4}$$

При варьировании действия

$$S = \int d^4x|e|\mathfrak{T}, \tag{5}$$

где $|e|$ — инвариантная мера интегрирования (определитель тетрады), по переменной $e^{\cdot a}_{\mu}$ получаются вакуумные уравнения движения $\mathfrak{G}^{\cdot\nu}_{\mu} = 0$, где обобщенный тензор Эйнштейна

$$\mathfrak{G}^{\cdot\nu}_{\mu} = \tilde{\nabla}_{\alpha}\mathfrak{S}^{\cdot\nu\alpha}_{\mu} - K_{\alpha\mu\beta}\mathfrak{S}^{\alpha\nu\beta} + \frac{1}{2}\mathfrak{T}\delta^{\nu}_{\mu}, \tag{6}$$

где $K_{\alpha\mu\nu}$ — тензор конторсии

$$K_{\alpha\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(T_{\alpha\mu\nu} + T_{\mu\alpha\nu} + T_{\nu\alpha\mu}\right), \tag{7}$$

$\mathfrak{S}_{\alpha\mu\nu}$ — суперпотенциал

$$\mathfrak{S}_{\alpha\mu\nu} = \frac{a}{2}T_{\alpha\mu\nu} + \frac{b}{2}(T_{\mu\alpha\nu} - T_{\nu\alpha\mu}) + c\left(g_{\alpha\mu}T_{\nu} - g_{\alpha\nu}T_{\mu}\right), \tag{8}$$

$\tilde{\nabla}_{\mu}$ — ковариантная производная относительно связности Леви-Чивиты

$$\tilde{\Gamma}_{\alpha\mu\nu} = \frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}g_{\alpha\nu} + \partial_{\nu}g_{\mu\alpha} - \partial_{\alpha}g_{\mu\nu}\right). \tag{9}$$

Уравнение $\mathfrak{G}^{\cdot\nu}_{\mu} = 0$ при $a = b = c = 1$ совпадает с вакуумным уравнением ОТО, так как в этом случае действие (4) отличается от скалярной кривизны Риччи лишь полной ковариантной дивергенцией

$$R = -\left(\frac{1}{4}T^{\alpha\mu\nu}T_{\alpha\mu\nu} + \frac{1}{2}T^{\alpha\mu\nu}T_{\mu\alpha\nu} - T^{\mu}T_{\mu}\right) - 2\tilde{\nabla}_{\mu}T^{\mu}, \tag{10}$$

которая не дает вклада в уравнения движения. Нужно отметить, что в случае общего положения действие (5) не является лоренц-инвариантным, хотя вопрос ковариантизации телепараллельных гравитационных теорий обсуждался в [8] – [10]. Факт утраты локальной лоренц-инвариантности не означает, что уже на этом этапе теория Хаяши – Ширафуджи противоречит ОТО, поскольку это нарушение калибровочной $SO(1,3)$ симметрии, а не группы диффеоморфизмов, по отношению к которой NGR остается ковариантной, так же как и ОТО.

В **второй главе** решается задача об отыскании статических сферически симметричных решений с помощью анзаца тетрады

$$e_{\mu}^{\cdot a} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g\sin\theta\cos\phi & gr\cos\theta\cos\phi & -gr\sin\theta\sin\phi \\ 0 & g\sin\theta\sin\phi & gr\cos\theta\sin\phi & gr\sin\theta\cos\phi \\ 0 & g\cos\theta & -gr\sin\theta & 0 \end{pmatrix}, \tag{11}$$

которая, в отличии от, очевидно самой простой, диагональной тетрады $e_{\mu}^{\cdot a} = \operatorname{diag}\Big(f(r), g(r), g(r)r, g(r)r\sin\theta\Big)$ не порождает антисимметричной части полевых уравнений, и в котором скаляр кручения имеет вид

$$\mathfrak{T} = \frac{1}{g^2}\left[\left(\frac{2c-a-b}{2}\right)\frac{f'^2}{f^2} + (4c-a-b)\frac{g'^2}{g^2} + 4c\cdot\frac{f'g'}{fg}\right], \tag{12}$$

где штрихом обозначается производная по радиальной переменной r, а различные компоненты уравнений Эйнштейна (6) $\mathfrak{G}_0^{\cdot 0} = 0, \mathfrak{G}_1^{\cdot 1} = 0, \mathfrak{G}_2^{\cdot 2} = 0$ соответственно могут быть приведены к виду

$$\begin{gathered}\left[\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)\frac{f'}{f} - 2c\cdot\frac{g'}{g}\right]' + \\ + \left(\frac{f'}{f} + \frac{g'}{g} + \frac{2}{r}\right)\left[\left(\frac{a+b-2c}{2}\right)\frac{f'}{f} - 2c\cdot\frac{g'}{g}\right] = -\frac{1}{2}\mathfrak{T}g^2,\end{gathered} \tag{13a}$$

$$-\frac{2}{r}\left(c\cdot\frac{f'}{f} + \left(\frac{4c-a-b}{2}\right)\frac{g'}{g}\right) = \frac{1}{2}\mathfrak{T}g^2, \tag{13b}$$

$$\begin{gathered}\left[c\cdot\frac{f'}{f} + \left(\frac{4c-a-b}{2}\right)\frac{g'}{g}\right]' + \\ + \left(\frac{f'}{f} + \frac{g'}{g} + \frac{1}{r}\right)\left[c\cdot\frac{f'}{f} + \left(\frac{4c-a-b}{2}\right)\frac{g'}{g}\right] = \frac{1}{2}\mathfrak{T}g^2.\end{gathered} \tag{13c}$$

Лишь два из которых являются независимыми в силу выполнения тождества Бианки $\tilde{\nabla}_\nu \mathfrak{G}_{\mu}^{\cdot\nu} = 0$ и сводятся к уравнениям

$$\frac{f'}{f} = \frac{-q_2(2c-d)r + 4(c-d)q_1}{r^3 + q_2(c-d)r^2 - q_1(c-3d)r}, \tag{14a}$$

$$\frac{g'}{g} = \frac{q_2 cr - 2(c+d)q_1}{r^3 + q_2(c-d)r^2 - q_1(c-3d)r}, \tag{14b}$$

где $d = \frac{a+b}{2}$, а q_1, q_2 — произвольные константы интегрирования. Правые части уравнений (14) представляют из себя дробно-рациональные функции, поэтому решения этих уравнений могут быть выражены через элементарные функции при любых значениях параметров c, d. В работе [A.1] и тексте диссертации приводятся частные случаи явных решений.

Здесь же обратим внимание лишь на случай так называемой однопараметрической NGR, который реализуется при $c = d$, где неизвестные функции, после замены констант $q_1 = -\frac{M^2}{2d}$ и $q_2 = 2\nu$, примут вид

$$f = q_4 \left(\frac{1-\frac{M}{r}}{1+\frac{M}{r}}\right)^{\frac{\nu}{2dM}}, \quad g = \frac{1}{q_4}\left(1-\frac{M}{r}\right)^{1-\frac{\nu}{2dM}}\left(1+\frac{M}{r}\right)^{1+\frac{\nu}{2dM}}, \tag{15}$$

где q_4 приравнивается к единице из требования асимптотической плоскостности пространства-времени. При этом функции (15) удовлетворяют уравнению (13b) лишь при реализации связи $\nu^2 = 4d^2M^2$ на константы. Поэтому метрика, соответствующая найденным функциям, имеет вид

$$g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = \left(\frac{1-\frac{M}{r}}{1+\frac{M}{r}}\right)^2 dt^2 - \left(1+\frac{M}{r}\right)^4 \left(dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2\right), \tag{16}$$

что является метрикой Шварцшильда [11] в изотропных координатах. Физические и геометрические свойства статических решений в NGR и ее непротиворечивость с предсказаниями ОТО исследовались в [12], [13]. При этом важно обратить внимание, что здесь пространство Шварцшильда является решением целого класса теорий, для которых выполняется $a + b = 2c = 2$.

В **третьей главе** исследуются динамические свойства линеаризованных вакуумных уравнений движения над тривиальным фоновым решением – пространством Минковского. Пространственно-временная тетрада $e^a_{\cdot\mu} = \mathring{e}^a_{\cdot\mu} + \delta e^a_{\cdot\mu}$, где фон

$$\mathring{e}^a_{\cdot\mu} = \delta^a_{\cdot\mu} \quad \text{символ Кронекера}, \tag{17}$$

а шестнадцать компонент возмущения тетрады представимы в виде:

$$\begin{aligned}
&\delta e^{0}_{\cdot 0} = \phi, \quad \delta e^{0}_{\cdot i} = \partial_i \beta + u_i, \quad \delta e^{a}_{\cdot 0} = \partial_a \zeta + v_a, \\
&\delta e^{a}_{\cdot i} = -\psi \delta_{ai} + \partial^2_{ai} \sigma + \epsilon_{aik} \left(\partial_k s + w_k \right) + \partial_i c_a + \frac{1}{2} h_{ai},
\end{aligned} \tag{18}$$

где u_i, v_i, w_i — бездивергентные ($\partial_i u_i = \partial_i v_i = \partial_i w_i = 0$) вектора, а h_{ij} — симметричная ($h_{ij} = h_{ji}$), бесследовая ($h_{ii} = 0$) и бездивергентная ($\partial_i h_{ij} = 0$) матрица. Нужно заметить, что ранее физические свойства слабых полей в NGR исследовались в [14].

Метрические возмущения $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu}$, в соответствии с (1), в компонентах имеют вид

$$\begin{aligned}
&\delta g_{00} = 2\phi, \ \delta g_{0i} = \partial_i \left(\beta - \zeta \right) + u_i - v_i, \\
&\delta g_{ij} = 2\psi \delta_{ij} - 2\partial^2_{ij} \sigma - \partial_i c_j - \partial_j c_i - h_{ij}.
\end{aligned} \tag{19}$$

Поэтому те десять переменных возмущения тетрады (18), что вошли в (19), $\phi, \beta - \ \zeta, u_i - v_i, \psi, \sigma, c_i, h_{ij}$ будут называться метрическими, а шесть не вошедших $\beta + \zeta, u_i + v_i, w_i, s$ — лоренцевыми.

При координатных диффеоморфизмах $x^\mu(\hat{x})$, компоненты тетрад преобразуются в соответствии с законом

$$\hat{e}^{a}_{\cdot \mu}(\hat{x}) = \frac{\partial x^\nu}{\partial \hat{x}^\mu} e^{a}_{\cdot \nu}(x), \tag{20}$$

откуда несложно выявить, какие именно переменные и в каком количестве могут быть зафиксированы калибровкой

$$\sigma = 0, \quad c_i = 0, \quad \beta = \zeta. \tag{21}$$

В рамках линейных возмущений полевых уравнений, динамика тензорного сектора описывается единственным ненулевым уравнением

$$\mathfrak{G}_{i}^{\cdot j} = -\left(\frac{a+b}{4} \right) \left(h''_{ij} - \Delta h_{ij} \right) = 0, \tag{22}$$

где штрихом теперь обозначается производная по временной переменной, а Δ — оператор Лапласа. Динамика векторного сектора, после разделения уравнений на симметричную и антисимметричную части, задается системой

$$\mathfrak{G}_{(i0)} = \left(\frac{a+b}{4} \right) \Delta \left(u_i - v_i \right) + \left(\frac{2c-a-b}{4} \right) \left(u''_i - \epsilon_{ilm} \partial_l w'_m \right) = 0, \tag{23a}$$

$$\mathfrak{G}_{[i0]} = \left(\frac{b-a}{4} \right) \Delta \left(u_i + v_i \right) + \left(\frac{2c+a-3b}{4} \right) \epsilon_{ilm} \partial_l w'_m + \left(\frac{a+b-2c}{4} \right) u''_i = 0, \tag{23b}$$

$$\mathfrak{G}_{(ij)} = c\partial_{(i}u'_{j)} - \left(\frac{a+b}{2}\right)\partial_{(i}v'_{j)} + \left(\frac{a+b-2c}{2}\right)\epsilon_{kl(i}\partial^2_{j)k}w_l = 0, \tag{23c}$$

$$\mathfrak{G}_{[ij]} = (c-b)\partial_{[i}u'_{j]} - \left(\frac{b-a}{2}\right)\partial_{[i}v'_{j]} + \\ + \left(\frac{a-b}{2}\right)\epsilon_{ijk}\left(w''_k - \Delta w_k\right) + \left(\frac{2c+a-3b}{2}\right)\epsilon_{kl[i}\partial^2_{j]k}w_l = 0, \tag{23d}$$

а динамика скалярного сектора уравнениями

$$\mathfrak{G}_{(00)} = 2c\Delta\psi + \left(\frac{2c-a-b}{2}\right)\Delta(\zeta' - \phi) = 0, \tag{24a}$$

$$\mathfrak{G}_{(i0)} = \left(\frac{10c-a-b}{4}\right)\partial_i\psi' + \left(\frac{2c-a-b}{4}\right)\partial_i\Big[\Delta\zeta + \zeta'' - \phi'\Big] = 0, \tag{24b}$$

$$\mathfrak{G}_{[i0]} = \left(\frac{2c-a-b}{4}\right)\partial_i\Big(-\zeta'' + \Delta\zeta + \phi' + \psi'\Big) = 0, \tag{24c}$$

$$\mathfrak{G}_{(ij)} = \left(\frac{6c-a-b}{2}\right)\psi''\delta_{ij} - \left[\partial^2_{ij} - \delta_{ij}\Delta\right]\left[c\phi + \left(\frac{a+b-4c}{2}\right)\psi\right] + \\ + \left(\frac{2c-a-b}{2}\right)\partial^2_{ij}\zeta' = 0, \tag{24d}$$

$$\mathfrak{G}_{[ij]} = \left(\frac{a-b}{2}\right)\epsilon_{ijk}\partial_k\left(s'' - \Delta s\right) = 0. \tag{24e}$$

Несмотря на то, что система (23) состоит из четырех уравнений на три вектора u_i, v_i, w_i, а система (24) из пяти уравнений на четыре скаляра ψ, ϕ, ζ, s они не являются переопределенными в силу выполнения тождества Бианки.

Поэтому, после выделения из системы (23) набора независимых уравнений, векторный сектор удовлетворяет трем уравнениям

$$(a+b)\,\Box\mathcal{M}_i = 0, \tag{25a}$$

$$(a+b)\,\mathcal{M}_i - (a-b)\left(\mathcal{L}_i + \chi'_i\right) = 0, \tag{25b}$$

$$(a+b+2c)\,\mathcal{M}'_i - (a+b-2c)\left(\mathcal{L}'_i + \Delta\chi_i\right) = 0, \tag{25c}$$

где новые переменные связаны со старыми набором соотношений $w_i = \epsilon_{ijk}\partial_j\chi_k$, $\mathcal{M}_i = \frac{u_i - v_i}{2}$, $\mathcal{L}_i = \frac{u_i + v_i}{2}$, $\Box$ — волновой оператор Даламбера, а лишние пространственные производные были сняты тривиальным образом.

А после выделения из системы (24) независимых уравнений, оказывается, что динамика скалярного сектора полностью описывается четырьмя уравнениями

$$4c\psi + (2c - a - b)\,(\zeta' - \phi) = 0, \tag{26a}$$

$$(2c - a - b)\Delta\zeta + (6c - a - b)\psi' = 0, \tag{26b}$$

$$2c\phi - (4c - a - b)\psi - (2c - a - b)\zeta' = 0, \tag{26c}$$

$$(a - b)\Box s = 0. \tag{26d}$$

Подробный анализ уравнений (22), (25), (26) при реализации всевозможных комбинаций параметров теории:

$$\mathrm{I})\ 2c - a - b = 0, \quad \mathrm{II})\ a - b = 0, \quad \mathrm{III})\ a + b = 0, \quad \mathrm{IV})\ 6c - a - b = 0. \tag{27}$$

приведен в работе [A.2] и в тексте диссертации, здесь же нужно отметить, что на его основании была составлена Табл. 1, в которой указан характер всех степеней свободы линеаризованной теории.

№	Модель	Диманические моды	Связи	Калибровки
1	Общая	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \chi_i, \zeta, s$	$\mathcal{L}_i, \phi, \psi$	–
2	I	h_{ij}, s	$\mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \phi, \psi$	χ_i, ζ
3	II	h_{ij}, ζ	$\mathcal{M}_i, \chi_i, \phi, \psi$	$\mathcal{L}_i, s$
4	III	половина $\mathcal{M}_i$, s	половина $\mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \phi, \zeta$	h_{ij}, χ_i, ψ
5	IV	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \chi_i, s$	$\mathcal{L}_i, \phi + \psi, \zeta$	$\phi - \psi$
6	I и II	h_{ij}	$\mathcal{M}_i, \phi, \psi$	$\mathcal{L}_i, \chi_i, \zeta, s$
7	II и IV	h_{ij}	$\mathcal{M}_i, \chi_i, \phi + \psi, \zeta$	$\mathcal{L}_i, \phi - \psi, s$
8	II и III	–	χ_i, ϕ, ζ	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \mathcal{L}, \psi, s$
9	I и III и IV	s	$\mathcal{L}_i$	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \chi_i, \phi, \psi, s$

Таблица 1: Классификация степеней свободы линеаризованной теории над плоским пространством Минковского.

Приведенная классификация, разумеется, не может называться завершенной, поскольку категоричный ответ на вопрос о природе той или иной переменной может дать лишь полный гамильтонов анализ нелинейной теории. Первые, до конца не завершенные, попытки динамического анализа NGR были выполнены в работах [15] – [17].

Нужно однако отметить, что полученная классификация полностью согласуется с динамическим анализом ОТО, линеаризованные уравнения которой имеют вид

$$\phi = \psi = 0, \quad \mathcal{M}_i = 0, \quad \Box h_{ij} = 0, \tag{28}$$

откуда очевидно, что две тензорные моды h_{ij} описывают гравитационные волны, то есть являются динамическими, на скаляры ψ, ϕ и вектор $\mathcal{M}_i$ наложены связи, а лоренцевы переменные $\mathcal{L}_i, \chi_i, \zeta, s$ являются калибровочными, так как даже не вошли в уравнения первого порядка малости по возмущениям.

Дополнительные ограничения на параметры теории можно наложить, если рассмотреть кинетическую часть лагранжевой плотности

$$\mathfrak{K} = \left(\frac{a+b}{8}\right) {h'_{ij}}^2 - \frac{3}{2}\left(6c-a-b\right) {\psi'}^2 + \\ + \left(\frac{2c-a-b}{2}\right)\left({u'_i}^2 + \partial_i {\zeta'}^2\right) + (a-b)\left({w'_i}^2 + \partial_i {s'}^2\right), \quad (29)$$

откуда становится ясно, что избежать появления духовых мод в теории можно при $a \geq \max\{b, -b\}$ и $2c \geq a+b$, отрицательный коэффициент при скаляре ψ допустим, так как он ни в одной из девяти описанных выше моделей не является динамическим.

Четвертая глава обобщает третью. В ней были рассмотрены возмущения уравнений движения уже над фоновым пространством-временем Фридмана – Робертсона – Уокера в изотропном времени, где фоновая тетрада пропорциональна символу Кронекера

$$\overset{\circ}{e}{}^a_{\cdot\mu} = \alpha(t)\delta^a_{\cdot\mu}, \quad (30)$$

а возмущения

$$\delta e^0_{\cdot 0} = \alpha(t)\phi, \quad \delta e^0_{\cdot i} = \alpha(t)\left(\partial_i\beta + u_i\right), \quad \delta e^a_{\cdot 0} = \alpha(t)\left(\partial_a\zeta + v_a\right), \\ \delta e^a_{\cdot i} = \alpha(t)\left[-\psi\delta_{ai} + \partial^2_{ai}\sigma + \epsilon_{aik}\left(\partial_k s + w_k\right) + \partial_i c_a + \frac{1}{2}h_{ai}\right], \quad (31)$$

где u_i, v_i, w_i — бездивергентные ($\partial_i u_i = \partial_i v_i = \partial_i w_i = 0$) вектора, а h_{ij} — симметричная ($h_{ij} = h_{ji}$), бесследовая ($h_{ii} = 0$) и бездивергентная ($\partial_i h_{ij} = 0$) матрица. В дальнейших вычислениях остаточная калибровочная свобода теории фиксируется соотношениями (21), а полевые уравнения перестают быть вакуумными

$$\mathfrak{G}^{\cdot\nu}_{\mu} = \varkappa \mathcal{T}^{\nu}_{\mu}, \quad (32)$$

где $\varkappa$ — эйнштейновская гравитационная постоянная, $\mathcal{T}^{\nu}_{\mu}$ — тензор энергии-импульса идеальной жидкости

$$\mathcal{T}^{\nu}_{\mu} = (\varepsilon + p)U_\mu U^\nu - p\delta^\nu_\mu, \quad (33)$$

где ε — плотность энергии, p — давление, U_μ — единичный вектор скорости. Возмущения компонент тензора (33) имеют вид

$$\mathcal{T}_0^0 = \varepsilon + \delta\varepsilon, \tag{34a}$$

$$\mathcal{T}_i^0 = (\varepsilon + p)(\partial_i V + V_i), \tag{34b}$$

$$\mathcal{T}_0^j = (\varepsilon + p)(u_i - v_i - \partial_i V - V_i), \tag{34c}$$

$$\mathcal{T}_i^j = -(p + \delta p)\delta_{ij}, \tag{34d}$$

где $\delta\varepsilon$ — возмущение плотности энергии, δp — возмущение давления, $(\partial_i V + V_i)$ — возмущение вектора скорости, представленное суммой потенциальной и соленоидальной составляющих. При этом нужно заметить, что поля материи и вместе с их возмущениями удовлетворяют ковариантному закону сохранения $\tilde{\nabla}_\beta \mathcal{T}_\alpha^\beta = 0$.

Фоновые уравнения имеют вид

$$3\,(6c - a - b)\,H^2 = 4\varkappa\alpha^2\varepsilon, \quad (6c - a - b)\left(2H' + H^2\right) = -4\varkappa\alpha^2 p, \tag{35a}$$

$$\varepsilon' + 3H(\varepsilon + p) = 0, \quad \partial_i p = 0, \tag{35b}$$

где (35a) — обобщенные космологические уравнения Фридмана, которые ранее рассматривались в [18], [19], их форма сразу позволяет выявить еще одну заведомо патологическую модель, которая реализуется при $a + b = 6c$. В этом случае привычных космологических уравнений в теории вообще не возникнет. Выражения (35b) — фоновые уравнения движения материи, возникающие из ковариантного постоянства тензора энергии импульса в нулевом порядке по возмущениям.

Первый порядок малости в тензорном секторе дает простое уравнение

$$(a + b)\left(h''_{ij} + 2Hh'_{ij} - \Delta h_{ij}\right) = 0. \tag{36}$$

Что при $a + b \neq 0$ является волновым уравнением в метрике Фридмана с нулевой правой частью, так как тензорных возмущений в (34) нет.

Уравнения на векторные моды возмущений тетрады имеют вид

$$(a + b)\,\Delta(u_i - v_i) + \\ + (2c - a - b)\left[u''_i + 2Hu'_i + \epsilon_{ilm}\partial_l\left(Hw_m - w'_m\right)\right] = 4\varkappa\alpha^2(\varepsilon + p)V_i, \tag{37a}$$

$$2c\partial_{(i}u'_{j)} + (6c - a - b)\,H\partial_{(i}u_{j)} - (a + b)\left[\partial_{(i}v'_{j)} + 2H\partial_{(i}v_{j)}\right] - \\ - (2c - a - b)\,\epsilon_{kl(i}\partial^2_{j)k}w_l = 0. \tag{37b}$$

$$(a-b)\,\Delta(u_i+v_i)-(2c+a-3b)\,\epsilon_{ilm}\partial_l w'_m+ \\ +(2c-a-b)\,(u''_i+2Hu'_i+H\epsilon_{ilm}\partial_l w_m)=0, \quad (37c)$$

$$2(b-c)\partial_{[i}u'_{j]}-(6c-a-5b)\,H\partial_{[i}u_{j]}-(a-b)\left(\partial_{[i}v'_{j]}+2H\partial_{[i}v_{j]}\right)- \\ -(a-b)\,\epsilon_{ijk}\,(\Box w_k+2Hw'_k)-(2c+a-3b)\,\epsilon_{kl[i}\partial^2_{j]k}w_l=0, \quad (37d)$$

а условие ковариантного сохранения полей материи добавляет уравнение

$$(\varepsilon'+p')V_i+(\varepsilon+p)V'_i+4H(\varepsilon+p)V_i=0. \quad (38)$$

Пять уравнений на скалярные возмущения тетрады

$$(6c-a-b)\,3H\,(\psi'+H\phi)-\Delta\Bigg(4c\psi+(2c-a-b)\,(\zeta'-\phi)\Bigg)=-2\varkappa\alpha^2\delta\varepsilon, \quad (39a)$$

$$\partial_i\Bigg[4c\psi'+(6c-a-b)\,(\psi'+2H\phi)+ \\ +\,(2c-a-b)\,\Bigg(\Delta\zeta+\zeta''-\phi'+2H(\zeta'-\phi-\psi)\Bigg)\Bigg]=4\varkappa\alpha^2(\varepsilon+p)\partial_i V, \quad (39b)$$

$$\left[\partial^2_{ij}-\delta_{ij}\Delta\right]\Big[2c\phi+(a+b-4c)\,\psi\Big]- \\ -(6c-a-b)\Big[\psi''+(2H'+H^2)\phi+H(\phi'+2\psi')\Big]\delta_{ij}- \\ -(2c-a-b)\Big[\partial^2_{ij}(\zeta'+3H\zeta)-\delta_{ij}H\Delta\zeta\Big]=-2\varkappa\alpha^2\delta_{ij}\delta p, \quad (39c)$$

$$(2c-a-b)\,\partial_i\Big[\psi'+\phi'+2H(\phi+\psi)-\Box\zeta-2H\zeta'\Big]=0, \quad (39d)$$

$$(a-b)\,\epsilon_{ijk}\partial_k\,(\Box s+2Hs')=0, \quad (39e)$$

вместе с двумя уравнениями, ограничивающими поведение скалярных возмущений материи

$$\delta\varepsilon'-(\varepsilon+p)(\Delta V+3\psi')+3H(\delta\varepsilon+\delta p)=0, \quad (40a)$$

$$\delta p-(\varepsilon'+p')V-(\varepsilon+p)\,(V'-\phi)-4H(\varepsilon+p)V=0, \quad (40b)$$

завершают описание всех космологических возмущений, которые были получены в [А.3].

В силу выполнения тождеств Бианки и ковариантного сохранения материи, среди уравнений (37) независимыми являются лишь три, которые можно переписать в виде

$$\Delta\Bigg((a+b)\mathcal{M}_i + (b-a)(\mathcal{L}_i + \chi_i')\Bigg) = 2\varkappa\alpha^2(\varepsilon+p)V_i, \tag{41a}$$

$$(2c-a-b)\left(\mathcal{M}_i'' + \mathcal{L}_i'' + 2H\left(\mathcal{M}_i' + \mathcal{L}_i'\right) - H\Delta\chi_i\right) + \\ + \Delta\Bigg(2\left(a-b\right)\mathcal{L}_i + \left(2c+a-3b\right)\chi_i'\Bigg) = 0, \tag{41b}$$

$$(2c+a+b)\mathcal{M}_i' + (6c+a+b)H\mathcal{M}_i + (2c-a-b)\left(\mathcal{L}_i' + 3H\mathcal{L}_i + \Delta\chi_i\right) = 0, \tag{41c}$$

где $w_i = \epsilon_{ijk}\partial_j\chi_k$, $\mathcal{M}_i = \frac{u_i - v_i}{2}$, $\mathcal{L}_i = \frac{u_i + v_i}{2}$, а среди уравнений (39) лишь четыре

$$2c\phi - \left(4c-a-b\right)\psi - \left(2c-a-b\right)\left(\zeta' + 3H\zeta\right) = 0, \tag{42a}$$

$$(2c-a-b)\Bigg(\psi' + \phi' - \zeta'' + \Delta\zeta + 2H(\phi + \psi - \zeta')\Bigg) = 0, \tag{42b}$$

$$(6c-a-b)\Bigg(\psi'' - \mathfrak{c}_s^2\Delta\psi + H(\phi' + 2\psi' + 3\mathfrak{c}_s^2\psi') + (2H' + H^2 + 3\mathfrak{c}_s^2H^2)\phi\Bigg) + \\ + (2c-a-b)\Delta\Bigg(\zeta' + 2H\zeta - \mathfrak{c}_s^2(\zeta' - \phi - \psi)\Bigg) = 0, \tag{42c}$$

$$(a-b)(s'' + 2Hs' - \Delta s) = 0, \tag{42d}$$

куда материя вошла через коэффициент $\mathfrak{c}_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \varepsilon}$, то есть скорость звука в идеальной жидкости.

Полный анализ уравнений (36), (41), (42), во всех девяти моделях реализуемых равенствами (27) приведен в тексте диссертации и в работе [А.3], поэтому здесь приводится лишь сводная таблица 2, где указывается характер всех пертурбативных мод над фридмановским фоном.

Нужно также отметить, что полученная нами классификация полностью согласуется с динамическим анализом ОТО, в рамках которой космологические возмущения удовлетворяют системе

$$\begin{cases} \tilde{\Box}h_{ij} = 0, \quad \mathcal{M}_i' + 2H\mathcal{M}_i = 0, \quad \phi = \psi, \\ \psi'' - \mathfrak{c}_s^2\Delta\psi + 3H(1+\mathfrak{c}_s^2)\psi' + (2H' + H^2 + 3\mathfrak{c}_s^2H^2)\psi = 0, \end{cases} \tag{43}$$

№	Модель	Динамические моды	Связи	Калибровки
1	Общая	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \chi_i, \zeta, s$	$\mathcal{L}_i, \phi, \psi$	–
2	I	h_{ij}, s	$\mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \phi, \psi$	χ_i, ζ
3	II	h_{ij}, ζ	$\mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \chi_i, \phi, \psi$	s
4	III	половина ζ, s	половина ζ, $\mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \chi_i$, ϕ, ψ	h_{ij}
5	IV	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \chi_i, s$	$\mathcal{L}_i, \phi+\psi, \zeta$	$\phi-\psi$
6	I и II	h_{ij}	$\mathcal{M}_i, \phi, \psi$	$\mathcal{L}_i, \chi_i, \zeta, s$
7	II и IV	h_{ij}	$\mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \chi_i, \phi+\psi, \zeta$	$\phi-\psi, s,$
8	II и III	половина ζ	половина ζ, $\mathcal{M}_i, \chi_i, \phi, \psi$	$h_{ij}, \mathcal{L}_i, s$
9	I и III и IV	s	$\mathcal{L}_i$	$h_{ij}, \mathcal{M}_i, \mathcal{L}_i, \chi_i, \phi, \psi, s$

Таблица 2: Классификация всех переменных линеаризованной теории над фоновым пространством Фридмана.

где $\tilde{\Box}$ — ковариантный оператор Далабмера. Из (43) очевидно, что две тензорные моды h_{ij} остались динамическими, лоренцевы переменные, как и положено для лоренц-инвариантной ОТО, остались калибровочными, а эволюция оставшихся метрических переменных $\mathcal{M}_i, \phi, \psi$ ограничена поведением масштабно параметра $\alpha(t)$ и материи.

Сравнение таблиц 1 и 2 позволяет выявить модели, в которых не возникает «сильной связи», то есть переменные линеаризованной теории не меняют своего характера вблизи различных фоновых решений, что позволяет рассчитывать на корректность постановки задачи Коши. К ним относятся общая модель Хаяши – Ширафуджи (при $a+b\neq 2c$, $a\neq\pm b$, $a+b\neq 6c$), однопараметрическая NGR (при $a+b=2c$), TEGR (при $a=b=c$) — динамический эквивалент ОТО, и заведомо патологическая модель (при $a+b=c=0$), которая не содержит гравитационных волн. Поэтому разумные обобщения теории относительности Эйнштейна следует искать лишь в рамках первых двух моделей NGR.

В **Заключении** перечисляются основные результаты полученные в диссертационном исследовании.

В **Приложении 1** приводится альтернативный вывод космологических возмущений уравнений теории (32) с помощью конформных преобразований тетрады

$$\hat{e}^a_{\cdot\mu} = e^{\varphi(x)} e^a_{\cdot\mu}. \tag{44}$$

.

Благодарности

Автор выражает признательность Семеновой Алле Николаевне за научное руководство в период прохождения аспирантуры и подготовки данной диссертации, а также Головневу Алексею Валерьевичу за возможность совместной научной работы и руководство дипломными проектами во время обучения в СПбГУ.

Автор выражает благодарность коллективу Отделения теоретический физики Петербургского института ядерной физики им. Б.П. Константинова и сотрудникам кафедры Физики высоких энергий и элементарных частиц Санкт-Петербургского государственного университета за полученное образование и всестороннюю помощь, а также членам семьи и друзьям за поддержку.

Список публикаций по теме диссертации из перечня ВАК

A.1 *Golovnev, A.* Static spherically symmetric solutions in new general relativity / A. Golovnev, A. N. Semenova, V. P. Vandeev // *Classical and Quantum Gravity* — 2024. — Vol. 41. — P. 055009.

A.2 *Golovnev, A.* Gravitational waves in New General Relativity / A. Golovnev, A. N. Semenova and V. P. Vandeev. // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* — 2024. — Vol. 01, no 003.

A.3 *Golovnev, A.* Conformal Transformations and Cosmological Perturbations in New General Relativity / A. Golovnev, A. N. Semenova, V. P. Vandeev // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* — 2024. — Vol. 04, no. 064.

Список литературы

[1] *Hayashi, K.* New general relativity / K. Hayashi and T. Shirafuji. // *Physical Review D* — 1979. — Vol. 19, Iss. 12. — P. 3524.

[2] *Hayashi, K.* Addendum to “New general relativity” / K. Hayashi and T. Shirafuji. // *Physical Review D* — 1981. — Vol. 24, Iss. 12. — P. 3312.

[3] *Finch, A.* Galactic rotation dynamics in $f(T)$ gravity. / Finch, A., Said, J.L. // The European Physical Journal C — Vol. 78, art. num. 560. (2018).

[4] *Møller, C.* Conservation Laws and Absolute Parallelism in General Relativity / C. Møller // *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-fysiske Skrifter* — 1961. — Vol. 1, no. 10. — Pp. 1–50.

[5] Pellegrini, C. Tetrad fields and gravitational fields / C. Pellegrini, J. Plebanski // *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab, Matematisk-fysiske Skrifter* — 1963. — Vol. 2, no. 4. — Pp. 1–39.

[6] *Maluf, J. W.* The teleparallel equivalent of general relativity / J. W. Maluf // *Annalen der Physik* — 2013. — Vol. 525. — Pp. 339–357.

[7] *Golovnev, A.* The geometrical meaning of the Weitzenböck connection / A. Golovnev // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* — 2023. — Vol. 20, No. supp01. — P. 2350219.

[8] Krššák, M *The covariant formulation of f(T) gravity* / M. Krššák, E. N. Saridakis // *Classical and Quantum Gravity* — 2016. — Vol. 33, no. 11. — P. 115009.

[9] *Golovnev, A.* On the covariance of teleparallel gravity theories / A. Golovnev, T. Koivisto, M. Sandstad // *Classical and Quantum Gravity* — 2017. — Vol. 34, no. 14. — P. 145013.

[10] *Krššák, M.* Teleparallel Theories of Gravity: Illuminating a Fully Invariant Approach / M. Krššák, R. J. van den Hoogen, J. G. Pereira, C. G. Boehmer, A. A. Coley // *Classical and Quantum Gravity* — 2019. — Vol. 36. — P. 183001.

[11] *Schwarzschild, K.* Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie. / K. Schwarzschild // *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften* — 1916. — Vol. 3. — Pp. 189–196.

[12] *Hayashi, K.* Static, Isotropic Spacetime in New General Relativity / K. Hayashi, T. Shirafuji // *Progress of Theoretical Physics* — 1990. — Vol. 84, Iss. 1. — Pp. 36–40.

[13] *Asuküla, H.* Spherically symmetric vacuum solutions in 1-Parameter New General Relativity and their phenomenology / H. Asuküla, S. Bahamonde, M. Hohmann, V. Karanasou, C. Pfeifer, Joao Luis Rosa // *Physical Review D* — 2024. — Vol. 109, Iss. 6. — P. 064027.

[14] *Fukui, M. Weak Field Approximation of New General Relativity* / M. Fukui, M. Masukawa // *Progress of Theoretical Physics* — 1985. — Vol. 73, Iss. 4. — Pp. 973–978.

[15] *Blixt, D.* Hamiltonian and primary constraints of new general relativity / D. Blixt, M. Hohmann, C. Pfeifer // *Physical Review D* — 2019. — Vol. 99. — P. 084025.

[16] *Guzmán, M.J.* Classification of primary constraints for new general relativity in the premetric approach / M.J. Guzmán, S. K. Ibraheem // *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics* — 2021. — Vol. 18, No. supp01. — P. 2140003.

[17] *Jimènez, J. B.* Non-linear obstructions for consistent new general relativity / J. B. Jimènez and K. F. Dialektopoulos // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* — 2020. — Vol. 01, no 018.

[18] *Fukui M.* The Homogeneous, Isotropic Universe in New General Relativity / M. Fukui, T. Shirafuji // *Progress of Theoretical Physics* — 1984. — Vol. 71, Iss. 5. — Pp. 1063–1073.

[19] *Mikhial, F.I.* Cosmological application of the New General Relativity / F. I. Mikhial, M. I. Wanas, G. G. L. Nashed // Astrophysics and Space Science — 1995. — Vol. 228. — Pp. 255–271.