

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Крюкова Екатерина Андреевна

**Гипотетические векторные частицы массой
порядка массы лёгких адронов в экспериментах с
адронным пучком на фиксированной мишени**

специальность 1.3.3 — Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физ.-мат. наук,
чл.-корр. РАН
Горбунов Дмитрий Сергеевич

Москва — 2026

Содержание

Введение	4
1 Рождение тёмных фотонов в процессе упругого тормозного излучения протона с ненулевой передачей импульса	15
1.1 Обзор ранее предложенных методов	15
1.2 Сечение тормозного излучения при ненулевой передаче импульса	19
1.3 Численные оценки и сравнение результатов	26
1.4 Обсуждение результатов	31
2 Вклад формфактора Паули в неупругое тормозное излучение протона с рождением тёмных фотонов	34
2.1 Неупругое тормозное излучение протона: существующие результаты	34
2.2 Электромагнитные формфакторы и адронные формфакторы вне массовой поверхности	37
2.3 Факторизация сечения	41
2.4 Численные результаты для полных сечений	47
2.5 Чувствительность экспериментов T2K, DUNE и SHiP	49
2.6 Обсуждение результатов	55
3 Тормозное излучение пиона в формализме функций расщепления и рождение тёмных фотонов	58
3.1 Применимость киральной теории к упругому π^-p -рассеянию . . .	58
3.2 Функция расщепления для тормозного излучения пиона	64
3.3 Аналог процесса Дрелла–Яна с тёмным фотоном в пертурбативной КХД	77
3.4 Обсуждение результатов	83
Заключение	85
Список использованных источников	103
A Упругое pp-рассеяние	104
B Чувствительность эксперимента SHiP к тёмным фотонам	105

С Квадратичные комбинации вершинных функций	107
D Численные приближения для вспомогательных сечений	108

Введение

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Стандартная модель (СМ), основные теоретические положения которой были разработаны в 60х–70х годах прошлого века, включает в себя все известные на текущий момент элементарные частицы. За многие десятилетия развития, вплоть до экспериментального открытия бозона Хиггса на Большом адронном коллайдере в 2012 году [1], она позволила дать объяснение широкому кругу явлений, наблюдаемых в физике высоких энергий. Несмотря на её очевидный успех, существует целый ряд доводов в пользу того, что эта теория — не окончательная.

Например, неполноту СМ наглядно демонстрирует открытие нейтринных осцилляций [2, 3], которые не могут происходить в теории с безмассовыми нейтрино, а также наблюдения за галактиками и скоплениями галактик, убеждающие в существовании некоей скрытой, ненаблюдаемой тёмной материи, тем не менее, взаимодействующей гравитационно [4]. Необходимость расширения СМ следует и из результатов космологических экспериментов WMAP и Planck, чьи измерения анизотропии и поляризации реликтового излучения позволили определить ряд параметров стандартной космологической модели Λ CDM [5, 6], явно включающей в состав Вселенной тёмную материю и тёмную энергию. Наконец, проблема барионной асимметрии, т.е. преобладание материи и одновременно практически полное отсутствие антиматерии во Вселенной также не находит объяснения в рамках СМ [7].

Ещё в 90х годах прошлого века расширять СМ было принято, формулируя новую фундаментальную теорию, которая сразу давала решение некоторым проблемам СМ и позволяла сделать ряд предсказаний. К числу таких предложений относится широкий класс суперсимметричных теорий [8], теорий великого объединения [9], а также моделей с дополнительными пространственными измерениями [10]. Основной проблемой экспериментальной проверки таких расширений СМ является явная зависимость их предсказаний от разнообразных, многочисленных и иногда свободных параметров модели, что делает многие из них нефальсифицируемыми. Наиболее ярким примером здесь могут служить многолетние бесплодные попытки учёных обнаружить частицы-суперпартнёры, не приводящие при этом к окончательному «закрытию» суперсимметричных моделей.

В связи с этим в последние годы кажется наиболее логичным и естественным начинать поиски новой физики с проверки простейших феноменологических моделей с наименьшим числом новых частиц и параметров. В частности, один из удобных подходов к классификации таких перенормируемых расширений СМ предлагает формализм порталов [11]. В рамках данного формализма к СМ добавляется скрытый сектор, состоящий из частиц новой физики, не участвующих в электромагнитном, слабом и сильном взаимодействиях, а также частица-медиатор, которая очень слабо взаимодействует как с частицами СМ, так и с частицами скрытого сектора [12]. В минимальных, но феноменологически интересных версиях соответствующих моделей скрытый сектор не рассматривается, так что в теории появляется только одна новая частица-медиатор.

Наиболее часто рассматривают скалярный, векторный, фермионный и псевдоскалярный порталы с медиаторами тёмными скалярами, тёмными фотонами, тяжёлыми нейтральными лептонами и аксионоподобными частицами соответственно. Для этого в лагранжиан СМ добавляют слагаемые, которые являются произведениями операторов, состоящих из полей СМ и медиаторов, и не нарушают соответствующие калибровочные симметрии [13]. Данная диссертация посвящена изучению феноменологии медиатора векторного портала — тёмного фотона. Первым эту гипотетическую частицу предложил Л.Б. Окунь в работе [14], где она называлась «парафотон».

В диссертации рассматривалась минимальная модель тёмного фотона [14, 15, 16], в которой лагранжиан СМ \mathcal{L}_{SM} расширяется векторным полем \tilde{A}'_μ , соответствующим новой калибровочной группе $U(1)'$,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{SM}} - \frac{1}{4} \tilde{F}'_{\mu\nu} \tilde{F}'^{\mu\nu} - \frac{\epsilon}{2 \cos \theta_W} \tilde{F}'_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2} \tilde{A}'_\mu \tilde{A}'^\mu, \quad (1)$$

где $\tilde{F}'_{\mu\nu}$ — тензор напряженности тёмного фотона, $B_{\mu\nu}$ — тензор напряженности калибровочного поля СМ, соответствующего гиперзаряду, ϵ — параметр кинетического смешивания, θ_W — угол смешивания Вайнберга, а масса тёмного фотона $m_{\gamma'}$ возникает по механизму Штюкельберга [17]. Одновременно вращая третью компоненту слабого калибровочного поля СМ W_μ^3 , поле гиперзаряда СМ B_μ и новое векторное поле \tilde{A}'_μ , можно сделать диагональными кинетические и массовые слагаемые с точностью до $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ [18]. Таким образом получается новый базис векторных полей, состоящий из массивного Z -бозона, фотона СМ A_μ

и тёмного фотона A'_μ с той же массой $m_{\gamma'}$.

В результате этого вращения тёмный фотон взаимодействует с электромагнитным током СМ

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\epsilon e J_{\text{em}}^\mu A'_\mu. \quad (2)$$

В подобных сценариях тёмный фотон также может взаимодействовать с фермионами тёмного сектора (в том числе с теми, которые образуют тёмную материю [19]), но в данной работе они не рассматриваются, поскольку не дают вклада в рождение тёмных фотонов. Таким образом, модель характеризуется двумя параметрами: массой тёмного фотона $m_{\gamma'}$ и параметром кинетического смешивания ϵ .

Векторный портал активно исследовался в экспериментах с мишенью и электронным пучком (NA64 [20, 21, 22, 23, 24], E141 [25, 26, 27]), мишенью и протонным пучком (PS191 [28, 29], NOMAD [29, 30], CHARM [31, 32]), на e^+e^- -коллайдерах (BaBar [33, 34], KLOE [35, 36, 37, 38]) и на протон-протонных коллайдерах (LHCb [39, 40], CMS [41, 42, 43, 44]), см. обзоры экспериментальных поисков тёмного фотона в [11, 45, 46]. Однако для тёмных фотонов с массой выше 0.8 ГэВ экспериментальные ограничения всё ещё довольно слабые, $\epsilon < 5 \cdot 10^{-3}$ [47]. Поэтому разрабатываются эксперимент DUNE [48, 49] и недавно поддержанный эксперимент SHiP [50, 51, 52], нацеленные в том числе на поиск тёмных фотонов массой около 1 ГэВ, образующихся в pp -столкновениях [53]. Кроме того, в 2023 году был усовершенствован и приступил к работе ближний детектор ND280 эксперимента T2K [54], чья потенциальная чувствительность к тёмным фотонам обсуждалась в [55]. В 2024 году были проведены первые измерения в эксперименте NA64h с пучком отрицательно заряженных пионов [56]. Чтобы оценить чувствительность этих проектов к параметрам модели с новой частицей, нужно изучить феноменологию тёмного фотона с массой $\mathcal{O}(1)$ ГэВ, в частности, его каналы рождения.

Выделяют три основных канала рождения тёмных фотонов в pp -столкновениях: распады нейтральных мезонов, например, $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma'$, $\eta \rightarrow \gamma\gamma'$, тормозное излучение протона и процесс Дрелла–Яна в квантовой хромодинамике (КХД) $q\bar{q} \rightarrow \gamma'$ [57]. В статье [52] для пучка протонов с энергией 400 ГэВ, характерной для эксперимента SHiP, было показано, что каждый из перечисленных каналов является доминирующим для рождения тёмных фотонов с массой до 0.4 ГэВ, 0.4–1.8 ГэВ и от 1.8 ГэВ соответственно. Наибольший теоретический интерес

вызывают процессы упругого и неупругого тормозного излучения протона, которым посвящены первая и вторая главы данной диссертации.

Для масс тёмного фотона 0.4–1.8 ГэВ некоторые из существующих теоретических предсказаний для упругого сечения рождения тёмных фотонов [58, 59, 60] заметно отличаются друг от друга [60]. Подробное обсуждение этих работ приведено в параграфе 1.1. Наиболее часто используемые результаты по оценке сечения неупругого тормозного излучения протона в контексте рождения частиц новой физики были получены в статьях [61] (тёмные скаляры) и [62] (тёмные фотоны). Кроме того, особенно популярным для оценок сечения рождения тёмных фотонов в процессе неупругого тормозного излучения протона долгое время был результат работы [59], однако в последствии его достоверность была поставлена под сомнение [60, 63]. Обзор перечисленных оценок, выходящий за рамки введения, можно найти в параграфе 2.1.

Четвёртый механизм рождения тёмного фотона связан с неупругим тормозным излучением вторичных пионов (либо пионов пучка как, например, в эксперименте NA64h) $\pi p \rightarrow \gamma' X$. Он был впервые предложен в недавней работе [64] в рамках киральной теории возмущений. Критику такого подхода можно найти в параграфе 3.1 третьей главы диссертации, посвящённой изучению рождения тёмных фотонов массой 0.4–3.5 ГэВ в процессе неупругого тормозного излучения пиона и в аналоге процесса Дрелла–Яна с участием партонов в рамках пертурбативной КХД.

Цели и задачи исследования

Целью данного исследования является вычисление сечений рождения тёмных фотонов массой порядка 1 ГэВ в результате pp - и $\pi^- p$ -столкновений в экспериментах с фиксированной мишенью. При этом отдельно рассматриваются процессы упругого и неупругого тормозного излучения протона, а также неупругого тормозного излучения пиона с испусканием тёмного фотона.

Одной из задач исследования являлось вычисление сечения упругого тормозного излучения с учётом ненулевого переданного импульса между протонами. Практически все известные в литературе оценки для тормозного излучения протона получены в приближении нулевой передачи импульса (см. параграф 1.1), строго обоснованном только для пучков бесструктурных фермионов, например, для электронов. В связи с этим требовалось вычислить сечение упругого тормозного излучения протона аналитически, не пренебрегая обме-

ном импульсом между налетающим протоном и протоном мишени, и изучить, насколько полученный результат отличается от других известных оценок.

Другой задачей диссертации было изучение вклада электромагнитного формфактора Паули в неупругое тормозное излучение протона. Известные в литературе работы по вычислению сечения неупругого тормозного излучения (см. параграф 2.1) пренебрегали вкладом формфактора Паули, вероятнее всего, из-за его кажущейся малости на уровне параметрических оценок. Однако внимательное рассмотрение величины электромагнитных формфакторов протона в исследуемой области масс тёмного фотона показало, что указанный вклад может быть заметно усилен вблизи резонансов векторных мезонов (см. параграф 2.2). В связи с этим было интересно добавить в известную оценку сечения неупругого тормозного излучения [60] вклад электромагнитного формфактора Паули и проверить справедливость предположения о его малости.

Наконец, третья задача диссертации — оценить величину сечения неупругого тормозного излучения пиона $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$. Мотивацией послужила возможность поиска тёмного фотона при тормозном излучении в эксперименте NA64h, в котором на мишень направляется пучок пионов с энергией 50 ГэВ. Поскольку в данном случае используются пионы высоких энергий, требовалось изучить применимость к данному процессу ведущего порядка киральной теории возмущений (см. параграф 3.1), ранее использованного для аналогичной оценки в работе [64]. Кроме того, были поставлены задачи оценить сечение неупругого тормозного излучения пиона в квазиреальном приближении и сечение аналога процесса Дрелла–Яна в рамках пертурбативной КХД.

Научная новизна исследования

Все основные результаты, выдвигаемые на защиту, являются новыми. Так, впервые было аналитически рассмотрено упругое тормозное излучение протона с ненулевым импульсом, переданным между налетающим протоном и протоном мишени. Ранее в работе [60] аналогичное вычисление для обмена векторным помероном было проделано численно. Применимость приближения Вайцеккера–Вильямса для рождения тёмного фотона в тормозном излучении электрона ранее изучалась в [65], однако в данной диссертации впервые обсуждается вопрос его применимости в задаче о рождении тёмных фотонов с помощью пучка протонов, мотивированный в первую очередь наличием у протона внутренней структуры.

Вторая глава, посвящённая неупругому тормозному излучению протона, развивает методы, сформулированные в работах [60, 61], и содержит принципиально новые результаты для вершинных функций и функций расщепления, связанных с электромагнитным формфактором Паули.

В третьей главе впервые показано, что ведущий порядок киральной теории возмущений, ранее использованный в [64] для оценки сечения упругого тормозного излучения пиона, неприменим для энергий пучка пионов в существующих и строящихся экспериментах. Для описания неупругого тормозного излучения пиона в данной диссертации впервые применяется квазиреальное приближение, разработанное в [66] для тормозного излучения электронов в рамках СМ. Кроме того, в контексте пион-протонных столкновений как источника тёмных фотонов впервые подробно изучается вклад аналога процесса Дрелла–Яна, в котором один из партонов входит в состав заряженного пиона.

Теоретическая и практическая значимость исследования

Результаты, полученные в первой главе диссертации для рождения тёмных фотонов в процессе упругого тормозного излучения протона, позволяют использовать для оценки величины этого сечения приближение Вайцеккера–Вильямса, которое изначально было сформулировано для бесструктурных фермионов. При таком подходе значительно сокращается время, требующееся для проведения численных расчётов, связанных с упругим тормозным излучением протона. Кроме того, найденная зависимость дифференциального сечения упругого тормозного излучения протона от поперечного импульса тёмного фотона важна для оценок углов, под которыми последний может рождаться в эксперименте.

Исследование неупругого тормозного излучения протона, проведённое во второй главе, выявило ранее неучтённые и существенные вклады в полное сечение рождения тёмного фотона. Полученные результаты для неупругого тормозного излучения особенно значимы в контексте оценки чувствительности планируемых в ближайшие годы экспериментов с фиксированной мишенью по поиску частиц новой физики.

Рождение тёмного фотона в процессе тормозного излучения пиона, изучавшееся в третьей главе диссертации, представляется потенциально важным процессом для экспериментальных поисков этой частицы новой физики как в экспериментах с пионным пучком типа NA64h, так и в нейтринных экспериментах

с пучком протонов (T2K, DUNE) и в установках с пучком протонов, падающих на фиксированную мишень (SHiP), где рассеяния вторичных пионов также дают вклад в рождение тёмных фотонов. Учитывая неприменимость киральной теории возмущений к пучкам пионов высоких энергий, продемонстрированную в данной диссертации, развитый метод вычислений является на данный момент единственным способом оценить величину сечения неупругого тормозного излучения пиона для масс тёмного фотона 0.4–3.5 ГэВ, что говорит о несомненной теоретической значимости и практической востребованности полученных результатов.

Методология и используемые методы исследования

Аналитические расчёты диссертации проводились с использованием стандартных методов квантовой теории поля, в частности, современной теории возмущений и диаграммной техники Фейнмана. Кроме того, были проведены аналитические расчёты в рамках процедуры факторизации Альтарелли–Паризи [67] и квазиреального приближения [60, 66], в третьей главе применялась поправка Доусон [62, 68].

Для численных оценок были использованы методы численного интегрирования и аппроксимации полученных результатов. При работе с экспериментальными результатами, опубликованными Particle Data Group [69], применялись методы интерполяции и сглаживания данных. Было использовано следующее программное обеспечение: система компьютерной алгебры `Wolfram Mathematica`, пакет `FeynCalc` [70], программные библиотеки `pandas`, `numpy` и программа `gnuplot`. Для вычислений в пертурбативной КХД использовалась библиотека `LHAPDF` и наборы функций распределения партонов `JAM21PionPDFnlo`, `CT14lo` и `CT14nlo`.

Положения, выносимые на защиту

1. Приближение Вайцзеккера–Вильямса применимо для описания процесса упругого тормозного излучения протона с рождением тёмного фотона и позволяет оценить его сечение с точностью 3–9% по сравнению с более аккуратной аналитической оценкой, учитывающей ненулевую передачу импульса между протонами.
2. Слагаемое с электромагнитным формфактором Паули в вершине взаимодействия протона с тёмным фотоном оказывает значительное влияние

на величину полного сечения неупругого тормозного излучения протона с испусканием тёмного фотона.

3. В квазиреальном приближении полное сечение неупругого тормозного излучения протона с рождением тёмного фотона описывается с помощью трёх вспомогательных функций расщепления, а не одной.
4. Основным каналом рождения тёмного фотона в $p\pi$ -столкновениях для тёмных фотонов массой 0.4–1.2 ГэВ и при энергиях пучка пионов порядка единиц – десятков ГэВ является неупругое тормозное излучение пиона, чьё сечение может быть оценено в квазиреальном приближении с помощью формализма функций расщепления.

Достоверность и обоснованность результатов

Результаты, полученные в диссертации, были опубликованы в рецензируемых научных журналах, а также докладывались на многочисленных школах, семинарах и конференциях, в том числе международного уровня. Достоверность полученного в первой главе дифференциального сечения упругого тормозного излучения протона подтверждается его согласием с известным в литературе приближением Вайцзеккера–Вильямса с точностью 3–9%. Вывод второй главы о необходимости учёта вклада электромагнитного формфактора Паули при оценке сечения неупругого тормозного излучения был независимо подтверждён Форуги-Абари, Ремитцем и Ритцем в работе [62]. Оценка величины сечения неупругого тормозного излучения пиона, проведённая в третьей главе, опирается на хорошо известное в литературе квазиреальное приближение, чья применимость для оценки сечения тормозного излучения электрона и протона ранее была проверена путём сравнения с экспериментально измеренными сечениями аналогов этих процессов, в которых вместо тёмного фотона рождался виртуальный фотон $C\bar{M}$.

Апробация результатов исследования

Основные результаты, изложенные в диссертации, были представлены автором на семинаре «Физика адронов» ЛТФ ОИЯИ (2022), Зимней школе ПИЯФ (2023, 2024, 2025), Курчатовской молодежной научной школе (2023), Школе для молодых учёных и специалистов по физике элементарных частиц и космологии им. В.А. Рубакова (стендовый доклад, 2023), Международной конференции по

физике частиц и космологии (2023), Всероссийской научной конференции МФТИ (2024), Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (2024), Молодёжной конференции «Физика элементарных частиц и космология» (2024), Московской международной школе физики (2024), Научной сессии секции ядерной физики ОФН РАН (2024, 2025, 2026), Международном семинаре по физике высоких энергий «Кварки» (2024), Конференции к 100-летию Е.С. Фрадкина (2024), Международной конференции по физике частиц и астрофизике (2024), семинаре ОТФ ИЯИ РАН (2024), конференции, посвященной изучению физики очень слабо взаимодействующих частиц в эксперименте ЛНСб (2025), Международной Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц (2025).

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 4 статьях в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Gorbunov D., Kriukova E. Dark photon production via elastic proton bremsstrahlung with non-zero momentum transfer // Journal of High Energy Physics. — 2024. — Vol. 2024, no. 1. — P. 58. (журнал индексируется в Q1 базы данных Web of Science)
2. Gorbunov D., Kriukova E. Pauli form factor contributions to the inelastic proton bremsstrahlung and dark photon production // Journal of High Energy Physics. — 2025. — Vol. 2025, no. 2. — P. 18. (журнал индексируется в Q1 базы данных Web of Science)
3. Gorbunov D. S., Kriukova E. A. Dark photon production via inelastic proton bremsstrahlung with Pauli form factor // Physics of Particles and Nuclei. — 2025. — Vol. 56, no. 2. — P. 506–510. (журнал индексируется в Q3 базы данных Web of Science)
4. Gorbunov D., Kriukova E. Pion bremsstrahlung in the splitting function formalism and the dark photon production // Journal of High Energy Physics. — 2026. — Vol. 2026, no. 3. — P. 192. (журнал индексируется в Q1 базы данных Web of Science)

Личный вклад автора

Все результаты, представленные в данной диссертации, тексты публикаций, лежащие в её основе, а также приведённые в ней рисунки получены, написаны и подготовлены лично автором или при её определяющем участии.

Структура, объем и краткое содержание работы

Диссертация состоит из введения, трёх глав основного текста, заключения, списка использованных источников и четырёх приложений. Общий объём работы 110 страниц. Диссертация содержит 7 таблиц и 19 рисунков. Список использованных источников включает 166 наименований.

Глава 1 посвящена изучению процесса упругого тормозного излучения протона как потенциального источника тёмных фотонов. В параграфе 1.1 дан краткий обзор существующих оценок сечения тормозного излучения. Вычисление сечения тормозного излучения протона с ненулевой передачей импульса приведено в параграфе 1.2. В параграфе 1.3 представлены численные результаты для типичных масс тёмных фотонов и сравнение их с результатами, полученными в других приближениях. Основные выводы, обсуждение полученных в первой главе результатов и перспективы дальнейшей работы приведены в параграфе 1.4.

В главе 2 изучается вклад электромагнитного формфактора Паули в сечение неупругого тормозного излучения протона с рождением тёмного фотона. Параграф 2.1 содержит краткий обзор существующих подходов к оценке сечения неупругого тормозного излучения протона. Описание электромагнитных формфакторов протона, а также адронных формфакторов вне массовой поверхности, используемых в дальнейшем вычислении, представлено в параграфе 2.2. Основные аналитические результаты по факторизации сечения неупругого тормозного излучения с учётом протонных электромагнитных формфакторов Дирака и Паули изложены в параграфе 2.3. Численное сравнение полученного результата для полного сечения с предыдущими оценками из литературы, а также аналогичное сравнение для чувствительности экспериментов T2K, DUNE и SHiP проведены в параграфах 2.4 и 2.5. Результаты второй главы и возможные направления развития исследования неупругого тормозного излучения обсуждаются в параграфе 2.6.

В главе 3 рассматривается рождение тёмных фотонов в процессе тормозного излучения пиона. В параграфе 3.1 обсуждается применимость кираль-

ной теории к пучкам пионов высоких энергий. Альтернативная оценка сечения тормозного излучения пиона с рождением тёмных фотонов массой 0.4–1.2 ГэВ предложена в параграфе 3.2. Для тёмных фотонов с массами 1.2–3.5 ГэВ основной вклад в рождение тёмных фотонов в экспериментах с пионным пучком с энергией порядка единиц – десятков ГэВ даёт аналог процесса Дрелла–Яна. Численные оценки его сечения даны в параграфе 3.3. Параграф 3.4 подводит итоги третьей главы диссертации.

Заключение содержит краткую формулировку результатов исследований, представленных в диссертации, и основные выводы, полученные в ходе выполнения этой работы.

В приложении А изложен вывод структурной функции протона из экспериментальных данных по упругому pp -рассеянию. Оценка чувствительности эксперимента SHiP к тёмным фотонам на основе процесса упругого тормозного излучения дана в приложении В. Приложение С содержит выражения для квадратичных комбинаций вершинных функций. В приложении D приведены численные параметры подгонки вспомогательных сечений для процесса неупругого тормозного излучения и графики их относительных отклонений от результатов численного интегрирования.

1 Рождение тёмных фотонов в процессе упругого тормозного излучения протона с ненулевой передачей импульса

1.1 Обзор ранее предложенных методов

Одна из первых успешных попыток рассчитать тормозное излучение электрона на протоне представлена в работе [58]. В ней сформулировано модифицированное приближение Вайцзеккера–Вильямса (WW), предполагающее обмен одним фотоном в процессе $e(a)p(P_i) \rightarrow \gamma'(b)e(c)p(P_f)$ с рождением в конечном состоянии тёмного фотона γ' с 4-импульсом b , где $b^2 = m_{\gamma'}^2 > 0$. Фотонный пропагатор даёт вклад $1/t^2$ в квадрат матричного элемента, где $t \equiv -q^2$, а q — 4-импульс виртуального фотона. Тогда основной вклад приходит из области фазового пространства вблизи минимального значения t

$$\sqrt{t_{\min}} = \frac{(a \cdot b) - m_{\gamma'}^2/2}{a_0 - b_0}. \quad (3)$$

В лабораторной системе отсчёта это происходит, когда разность трёхмерных векторов $\vec{a} - \vec{b}$ и вектор \vec{c} параллельны, $\vec{a} - \vec{b} \parallel \vec{c}$. Тогда дифференциальное сечение тормозного излучения можно аппроксимировать дифференциальным сечением подпроцесса типа комптоновского рассеяния $e(a)\gamma(q) \rightarrow \gamma'(b)e(c)$, взятым при $t = t_{\min}$,

$$\left[\frac{d^2\sigma(ep \rightarrow \gamma'ep)}{d(a \cdot b) d(b \cdot P_i)} \right]_{\text{WW}} = \left[\frac{d\sigma(e\gamma \rightarrow \gamma'e)}{d(a \cdot b)} \right]_{t=t_{\min}} \frac{\alpha_{\text{em}}}{\pi} \frac{\chi}{(c \cdot P_i)}, \quad (4)$$

где α_{em} — постоянная тонкой структуры, χ — поток фотонов, испускаемых протоном мишени,

$$\chi = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} \frac{t - t_{\min}}{t^2} G_2(t) dt, \quad (5)$$

где $G_2(t)$ — электрический формфактор протона, зависимость которого от квадрата переданного импульса представлена в [58]. Данное приближение использовалось для нахождения сечения рождения тёмных фотонов при тормозном излучении электрона [26]. В работе [65] изучалась справедливость приближения

Вайцзеккера–Вильямса для рождения тёмных фотонов при тормозном излучении электрона.

Приближение Вайцзеккера–Вильямса было применено к тормозному излучению протона $p(p)p(P_i) \rightarrow \gamma'(k)p(p')p(P_f)$ в случае упругого рассеяния протонов в недавней работе Форуги-Абари и Ритца [60]. В этом подходе протоны обмениваются виртуальными эффективными векторными бозонами, так называемыми жёсткими померонами \mathbb{P} , с эффективными пропагаторами и вершинами протон-протон-померон, полученными путём подгонки к экспериментальным данным по упругому рассеянию протонов [71, 72]. В приближении Вайцзеккера–Вильямса дифференциальное сечение тормозного излучения протона имеет следующий вид

$$\left[\frac{d^2\sigma(pp \rightarrow \gamma'pp)}{dzdk_{\perp}^2} \right]_{\text{WW}} = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}} z(1-z)}{16\pi^2 H^2} A_{2 \rightarrow 2} \chi_{\mathbb{P}} |F_{\text{VMD}}|^2 F_{\text{virt}}^2. \quad (6)$$

Здесь $z \equiv k_z/p_z$ — отношение проекций на ось пучка трёхмерного импульса тёмного фотона и трёхмерного импульса налетающего протона, k_{\perp} — поперечный импульс тёмного фотона,

$$H \equiv k_{\perp}^2 + (1-z)m_{\gamma'}^2 + z^2 M^2 \quad (7)$$

и M — масса протона. Компоненты импульсов всех частиц в лабораторной системе отсчёта приведены ниже в (15). В пределе $t \rightarrow 0$ усреднённый по поляризациям протона и померона квадрат матричного элемента подпроцесса $p(p)\mathbb{P}(q) \rightarrow \gamma'(k)p(p')$ равен

$$A_{2 \rightarrow 2} = 2 \left(\frac{1 + (1-z)^2}{1-z} - 2(2M^2 + m_{\gamma'}^2) \frac{k_{\perp}^2 z^2}{H^2} \right). \quad (8)$$

Поток померонов от протона мишени имеет вид

$$\chi_{\mathbb{P}} = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} (t - t_{\min}) |\mathcal{M}_{\mathbb{P}}|^2 dt, \quad (9)$$

где $\mathcal{M}_{\mathbb{P}}$ — сумма матричных элементов, описывающих обмен одним, двумя и тремя глюонами. Для интересующего нас случая, т.е. при $|t| \lesssim 1 \text{ ГэВ}^2$, послед-

	ρ	ω	ρ'	ω'	ρ''	ω''
f_i	0.616	1.011	0.223	-0.881	-0.339	0.369
$m_i, \text{ГэВ}$	0.770		1.25		1.45	
$\Gamma_i, \text{ГэВ}$	0.150	0.0085	0.300		0.500	

Таблица 1: Параметры семейств ρ - и ω -мезонов, использованные в формфакторе ДВМ (10).

ним вкладом можно пренебречь. В сечение (6) входят два новых формфактора: первый формфактор учитывает возможное смешивание тёмного фотона с мезонами семейств ρ и ω в соответствии с гипотезой доминантности векторных мезонов (ДВМ) [73],

$$F_{\text{VMD}} \equiv \sum_i \frac{f_i m_i^2}{m_i^2 - m_{\gamma'}^2 - i m_i \Gamma_i}, \quad (10)$$

где параметры подгонки f_i , массы m_i и ширины распада Γ_i векторных мезонов приведены в таблице 1. Второй — адронный формфактор для промежуточного протона вне массовой поверхности с «жёстким» масштабом $\Lambda = 1.5 \text{ ГэВ}$ [74],

$$F_{\text{virt}} \equiv \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + ((p - k)^2 - M^2)^2}, \quad (11)$$

который учитывает наличие внутренней структуры протона и подавляет вклад в сечение от конечных состояний с большим поперечным импульсом тёмного фотона за счёт того, что промежуточный протон при этом удаляется от массовой поверхности.

Другое широко используемое приближение для тормозного излучения протона было получено Блюмляйном и Бруннером (ВВ) в работе [59]. Хотя в оригинальной работе авторы изучали неупругое тормозное излучение и его инклюзивное сечение, легко показать, что аналогичный результат по той же схеме можно получить и в упругом случае. Идея вычисления заключается в следующем. Взаимодействие протонов рассматривается как обмен гипотетическими безмассовыми векторными частицами b (по аналогии с виртуальными фотонами в тормозном излучении электрона [58]). В отличие от померонов в [60], эти векторные частицы имеют обычный безмассовый пропагатор, пропорциональный $1/q^2$. Сначала в рамках приближения Вайцзеккера–Вильямса матричный

элемент тормозного излучения связывается с амплитудой процесса $pb \rightarrow \gamma'p$. На следующем шаге вероятность подпроцесса $p \rightarrow \gamma'p$ выделяется из сечения $pb \rightarrow \gamma'p$, а импульс гипотетического бозона q^μ кладётся точно равным 0, что позволяет получить

$$\left[\frac{d^2\sigma(pp \rightarrow \gamma'pp)}{dzdk_\perp^2} \right]_{\text{ВВ}} = w_{\text{ВВ}}(z, k_\perp^2) \sigma_{pp}(\bar{s}), \quad (12)$$

где функция расщепления для $p \rightarrow \gamma'p$ [59]

$$w_{\text{ВВ}}(z, k_\perp^2) = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{2\pi H} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} - 2z(1-z) \left(\frac{2M^2 + m_{\gamma'}^2}{H} - z^2 \frac{2M^4}{H^2} \right) + \right. \\ \left. + 2z(1-z)(1 + (1-z)^2) \frac{M^2 m_{\gamma'}^2}{H^2} + 2z(1-z)^2 \frac{m_{\gamma'}^4}{H^2} \right], \quad (13)$$

$\sigma_{pp}(\bar{s})$ — полное сечение упругого рассеяния протонов, $\sqrt{\bar{s}}$ — энергия двух протонов, обменивающихся гипотетическим бозоном, в системе их центра масс. Сравнивая (6)–(9) с (12), (13), можно увидеть, что эти два результата имеют совершенно разные зависимости от масс протона и тёмного фотона.

Во всех описанных выше подходах либо импульс гипотетического виртуального бозона, либо его квадрат приравниваются к нулю, исходя из предположения, что максимум потока гипотетических бозонов достигается при очень малых t . Хотя это действительно так для тормозного излучения электрона, тормозное излучение протона требует более детального рассмотрения. На основе анализа, проведённого в этой главе, на рисунке 1 построен график зависимости дифференциального потока гипотетических бозонов

$$\frac{d\chi_b}{dt} = (t - t_{\text{min}}) |\mathcal{M}_{pp}|^2, \quad (14)$$

от квадрата переданного импульса t , где $|\mathcal{M}_{pp}|^2 \equiv 4\pi d\sigma_{pp}/dq^2$, дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов $d\sigma_{pp}/dq^2$ определяется формулой (196), и мы используем численную оценку амплитуды упругого рассеяния из [75]. Для квадрата энергии двух протонов в системе центра масс берётся значение, типичное для тормозного излучения протона, $\bar{s} = 2M^2 + 2MP(1-z) - H/z$, где $P = 120$ ГэВ, $m_{\gamma'} = 1$ ГэВ, $z = 0.5$ и $k_\perp = 0.1$ ГэВ. Легко видеть, что мак-

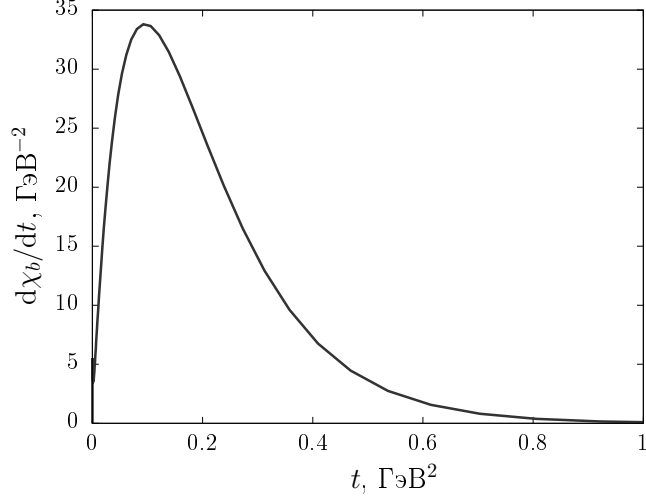


Рис. 1: Дифференциальный поток гипотетических бозонов при тормозном излучении протона (14) в приближении Вайцзеккера–Вильямса для $P = 120$ ГэВ, $m_\gamma = 1$ ГэВ, $z = 0.5$, $k_\perp = 0.1$ ГэВ.

симум такого потока гипотетических бозонов лежит не в нуле, а примерно на масштабе КХД, $\sqrt{t} \simeq 0.35$ ГэВ, что не является пренебрежимо малой величиной в данной задаче. Это наблюдение наводит на мысль о необходимости уточнения предыдущих оценок сечения рождения тёмных фотонов в процессе тормозного излучения протона.

В следующем параграфе сечение тормозного излучения протона будет рассчитано с учётом ненулевого импульса q гипотетического виртуального бозона. Основной целью является проверка надёжности результата, полученного в приближении Вайцзеккера–Вильямса в случае бьющего по мишени пучка протонов.

1.2 Сечение тормозного излучения при ненулевой передаче импульса

В этом параграфе мы вычисляем матричный элемент процесса тормозного излучения в соответствии с диаграммами Фейнмана на рисунках 2а, 2б. Здесь мы пренебрегаем рождением тёмных фотонов протоном мишени, проводя аналогию с излучением фотонов при рассеянии электронов, рассмотренным в [76, 77, 78]. Мы расширяем подход, описанный в работе [59], на область фазового пространства с ненулевой передачей импульса. Для частиц в начальном состоянии обозначим P_i — импульс протона мишени, p — импульс налетающего протона. Импульсы частиц в конечном состоянии равны k , p' и P_f для тёмного фото-

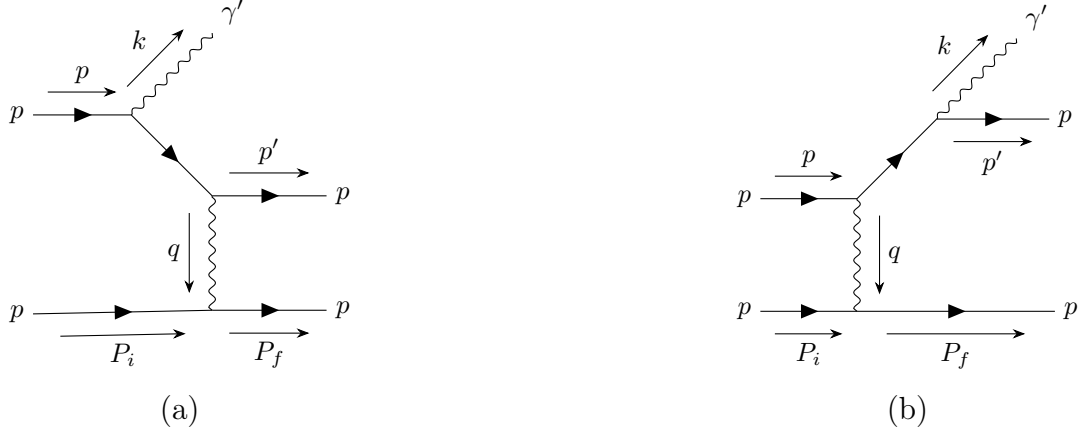


Рис. 2: Диаграммы Фейнмана для упругого тормозного излучения протона. В процессах, изучаемых в первой главе диссертации, промежуточный протон находится вне массовой поверхности. Рисунки созданы с помощью пакета TikZ-Feynman [79].

на, вылетающего протона и протона мишени соответственно. Гипотетический виртуальный бозон, отвечающий за упругое pp рассеяние, имеет импульс q . В лабораторной системе отсчёта, ось z которой выбрана по направлению пучка, импульсы можно записать как

$$P_i^\mu = \{M, 0, 0, 0\}, \quad (15)$$

$$p^\mu = \left\{P + \frac{M^2}{2P}, 0, 0, P\right\}, \quad (16)$$

$$k^\mu = \left\{zP + \frac{m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2}{2zP}, k_x, k_y, zP\right\}, \quad (17)$$

$$p'^\mu = \{p'_0, -k_x - q_x, -k_y - q_y, P(1 - z) - q_z\}, \quad (18)$$

$$q^\mu = \{q_0, q_x, q_y, q_z\}, \quad (19)$$

где

$$p'_0 = P(1 - z) + \frac{M^2 + k_\perp^2}{2P(1 - z)} + \frac{k_x q_x + k_y q_y}{P(1 - z)} - q_z + \frac{q_\perp^2}{2P(1 - z)}, \quad (20)$$

а квадраты поперечных импульсов равны $k_\perp^2 \equiv k_x^2 + k_y^2$ и $q_\perp^2 \equiv q_x^2 + q_y^2$. Здесь мы предполагаем, что $M/P \ll 1$ и

$$\frac{1}{P} \sqrt{\frac{k_\perp^2 + m_{\gamma'}^2}{2}} \ll z, \quad (21)$$

$$\frac{1}{P} \sqrt{\frac{k_{\perp}^2 + M^2}{2}} \ll 1 - z. \quad (22)$$

При составлении матричного элемента гипотетическому бозону приписывается фотонный пропагатор. С его помощью реализуется взаимодействие токов налетающего протона (L^μ) и протона мишени (J^μ) с зарядом Q_b

$$i\mathcal{M} = -i\epsilon\epsilon Q_b^2 L^\nu \frac{-i}{q^2} g_{\nu\lambda} J^\lambda. \quad (23)$$

Здесь ток налетающего протона равен

$$L_\nu = \epsilon_{\gamma'}^{*\mu}(k) \bar{u}(p') \left(\gamma_\nu \frac{\hat{p} - \hat{k} + M}{(p-k)^2 - M^2} \gamma_\mu + \gamma_\mu \frac{\hat{k} + \hat{p}' + M}{(k+p')^2 - M^2} \gamma_\nu \right) u(p), \quad (24)$$

а ток протона мишени образует адронный тензор $W^{\mu\nu} \equiv J^\mu J^{*\nu}$, который может быть параметризован стандартным образом с помощью двух формфакторов $W_1(\bar{s}, q^2)$ и $W_2(\bar{s}, q^2)$ в виде

$$W^{\mu\nu} = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1 + \frac{1}{M^2} \left(P_i^\mu - \frac{q_\lambda P_i^\lambda}{q^2} q^\mu \right) \left(P_i^\nu - \frac{q_\rho P_i^\rho}{q^2} q^\nu \right) W_2. \quad (25)$$

Применяя уравнение Дирака, легко показать, что $q^\mu L_\mu = 0$, следовательно, квадрат модуля матричного элемента, усреднённый по начальным состояниям и просуммированный по конечным, равен

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \frac{1}{4} \epsilon^2 e^2 Q_b^4 \frac{L_{\mu\nu}}{(q^2)^2} \left(-g^{\mu\nu} W_1 + \frac{1}{M^2} P_i^\mu P_i^\nu W_2 \right), \quad (26)$$

где $L_{\mu\nu} \equiv L_\mu L_\nu^*$ — адронный тензор, построенный из тока налетающего протона (24).

Предполагая, что функции W_1 и W_2 одного порядка величины, как в случае бесструктурных фермионов, можно пренебречь первым слагаемым в (26), поскольку в лабораторной системе отсчёта

$$\frac{1}{M^2} L_{\mu\nu} P_i^\mu P_i^\nu = L_{00} \quad (27)$$

и, как было показано в [58], сокращения в (26) приводят к тому, что $g^{\mu\nu} L_{\mu\nu} \ll L_{00}$. Таким образом, требуется вычислить явно только 00-составляющую адрон-

ного тензора налетающего протона, которая может быть записана в виде

$$\begin{aligned}
L^{\mu\nu} = & -\frac{4}{S^2U^2} \left[g^{\mu\nu} \left(-SU(S^2 + U^2) + q^2 \left(2M^2(S + U)^2 + m_{\gamma'}^2(S - U)^2 + \right. \right. \right. \\
& + 2SU(S + U)) - 2q^4SU) - \\
& - 8M^2SUk^\mu k^\nu + 4SU(m_{\gamma'}^2 - S)p^\mu p^\nu + 4SU(m_{\gamma'}^2 - U)p'^\mu p'^\nu + \\
& + 2U(k^\mu p^\nu + p^\mu k^\nu)(2M^2(S + U) - m_{\gamma'}^2(S - U) + S^2 - Sq^2) - \\
& - 2S(k^\mu p'^\nu + p'^\mu k^\nu)(2M^2(S + U) + m_{\gamma'}^2(S - U) + U^2 - Uq^2) + \\
& + 2(p^\mu p'^\nu + p'^\mu p^\nu) \left(2M^2(S + U)^2 + m_{\gamma'}^2(S^2 + U^2) + \right. \\
& \left. + SU(U + S) - 2SUq^2 \right) \Big], \tag{28}
\end{aligned}$$

с инвариантами относительно преобразований Лоренца $U \equiv m_{\gamma'}^2 - 2p^\mu k_\mu$ и $S \equiv m_{\gamma'}^2 + 2p'^\mu k_\mu$. Данные инварианты выражаются через параметр H , определённый ранее в (7), как

$$U = -H/z, \tag{29}$$

$$S = \frac{H}{z(1-z)} + \frac{2}{1-z}(k_x q_x + k_y q_y) + \frac{q_\perp^2 z}{1-z}, \tag{30}$$

где последнее равенство справедливо с точностью до членов второго порядка по q .

Используя закон сохранения импульса $p' = p - k - q$, в числителе L^{00} могут быть выделены слагаемые вплоть до второго порядка по q . Это позволяет найти приближенное значение L^{00} , обозначенное ниже символом со шляпкой,

$$\hat{L}^{00} = -\frac{4}{S^2U^2} \left(\hat{N}_{q^0} + \hat{N}_{q^1} + \hat{N}_{q^2} \right), \tag{31}$$

$$\hat{N}_{q^0} \equiv \frac{H^4}{z^4(1-z)^3} \left(1 + (1-z)^2 \right), \tag{32}$$

$$\begin{aligned}
\hat{N}_{q^1} \equiv & \frac{4q_0 H^3}{z^3(1-z)^2} P \left(1 + (1-z)^2 \right) + \\
& + (k_x q_x + k_y q_y) \left[\frac{H^3}{z^3(1-z)^3} \left(6 + 2(1-z)^2 \right) - \right. \\
& \left. - \frac{8H}{z^2(1-z)} \left(2M^2 + m_{\gamma'}^2 \right) \left(m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2 - z^2 M^2 \right) \right], \tag{33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{N}_{q^2} \equiv & \frac{4q^2 H^2 P^2}{z^2 (1-z)} \left(1 + (1-z)^2 \right) + 16 (k_x q_x + k_y q_y)^2 (2M^2 + m_{\gamma'}^2) P^2 + \\
& + \frac{8q_0 H P}{z (1-z)^2} (k_x q_x + k_y q_y) \left[\frac{H}{z} \left(2 + (1-z)^2 \right) - \right. \\
& \left. - (2M^2 + m_{\gamma'}^2) z (1-z) \right]. \tag{34}
\end{aligned}$$

Наконец, выражения (29), (30) подставляются в знаменатель (31), что в итоге даёт $\hat{L}^{00} \simeq -4\hat{B}$,

$$\hat{B} \equiv b_0 + b_1 q_0 + b_2 (k_x q_x + k_y q_y) + b_3 (k_x q_x + k_y q_y)^2 + b_4 q^2 + b_5 q_0 (k_x q_x + k_y q_y), \tag{35}$$

где коэффициенты b_0, \dots, b_5 имеют вид

$$b_0 \equiv \frac{1 + (1-z)^2}{1-z}, \tag{36}$$

$$b_1 \equiv \frac{4zP}{H} \left(1 + (1-z)^2 \right), \tag{37}$$

$$b_2 \equiv -\frac{8(1-z)z^2}{H^3} (2M^2 + m_{\gamma'}^2) (m_{\gamma'}^2 + k_{\perp}^2 - z^2 M^2) - \tag{38}$$

$$-\frac{2z \left(-1 + (1-z)^2 \right)}{H(1-z)}, \tag{39}$$

$$b_3 \equiv \frac{16(1-z)^2 z^4}{H^4} (2M^2 + m_{\gamma'}^2) P^2 + \frac{z^2 \left(-12 + 4(1-z)^2 \right)}{H^2(1-z)} + \tag{40}$$

$$+ \frac{32}{H^4} (1-z) z^3 (2M^2 + m_{\gamma'}^2) (m_{\gamma'}^2 + k_{\perp}^2 - z^2 M^2), \tag{41}$$

$$b_4 \equiv \frac{4(1-z)z^2 P^2}{H^2} \left(1 + (1-z)^2 \right), \tag{42}$$

$$b_5 \equiv -\frac{8z^2 P}{H^2} \left((1-z)^2 + \frac{z^2}{H} (1-z) (2M^2 + m_{\gamma'}^2) \right). \tag{43}$$

Дифференциальное сечение процесса $p(p)p(P_i) \rightarrow \gamma'(k)p(p')p(P_f)$ может быть представлено следующим образом

$$d\sigma = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}} Q_b^4}{32MP (q^2)^2} \left(-\hat{B} \right) W_2 \frac{dk_{\perp}^2 dz d\varphi_k}{\pi^2 z} d\Phi_{p'P_f}, \tag{44}$$

где двухчастичный объём фазового пространства равен

$$d\Phi_{p'P_f} = \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2p'_0} \frac{d^3P_f}{(2\pi)^3 2P_{f0}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p + P_i - k - p' - P_f). \quad (45)$$

Используя выражение для W_2 , полученное в приложении А, можно переписать (44) в виде

$$d\sigma = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}} M dk_{\perp}^2 dz d\varphi_k}{16\pi^2 z P \tilde{S}^2} \int \left(-\hat{B}\right) |T_+(\bar{s}, q^2) + T_+^c(\bar{s}, q^2)|^2 d\Phi_{p'P_f}, \quad (46)$$

где $\sqrt{\bar{s}}$ — энергия двух протонов, обменивающихся виртуальным гипотетическим бозоном, в системе центра масс, $\tilde{S}^2 \equiv (\bar{s} - 2M^2)^2 + q^2(\bar{s} - M^2)$, $T_+(\bar{s}, q^2)$ и $T_+^c(\bar{s}, q^2)$ — функции подгонки («фиты») для дифференциального сечения упругого рассеяния протонов (196), определенного в [75].

На следующем шаге выполняется интегрирование по объёму фазового пространства. Поскольку в лабораторной системе отсчёта $\vec{P}_f = \vec{q}$, вторая переменная интегрирования в (45) заменяется на d^3q . Интегрирование по d^3p' проводится с помощью δ -функции. Затем базис системы координат заменяется со старого $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ на новый базис $(\vec{n}_x, \vec{n}_y, \vec{n}_z)$ системы координат с осью z , ориентированной вдоль вектора $\vec{p} - \vec{k}$. Координаты векторов \vec{n}_i в базисе \vec{e}_j равны

$$\vec{n}_x = N_x^{-1} \{P(1-z), 0, k_x\}, \quad (47)$$

$$\vec{n}_y = N_y^{-1} \{-k_x k_y, k_x^2 + P^2(1-z)^2, k_y P(1-z)\}, \quad (48)$$

$$\vec{n}_z = N_z^{-1} \{-k_x, -k_y, P(1-z)\}, \quad (49)$$

с нормировками

$$N_x^2 \equiv P^2(1-z)^2 + k_x^2, \quad N_z^2 \equiv P^2(1-z)^2 + k_{\perp}^2, \quad N_y^2 \equiv N_x^2 N_z^2. \quad (50)$$

Тогда интегрирование по φ_q дает

$$\int_0^{2\pi} (k_x q_x + k_y q_y) d\varphi_q = -2\pi N_z^{-1} |\vec{q}| k_{\perp}^2 \cos \theta_q, \quad (51)$$

$$\int_0^{2\pi} (k_x q_x + k_y q_y)^2 d\varphi_q = \pi N_z^{-2} |\vec{q}|^2 k_\perp^2 (P^2(1-z)^2 \sin^2 \theta_q + 2k_\perp^2 \cos^2 \theta_q). \quad (52)$$

Оставшаяся δ -функция фиксирует значение $\cos \theta_q$

$$\cos \hat{\theta}_q = \frac{1}{2|\vec{p} - \vec{k}||\vec{q}|} \left(\frac{H}{z} + \frac{t}{M} \left(P(1-z) + M + \frac{M^2}{2P} - \frac{m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2}{2zP} \right) \right), \quad (53)$$

где $t \equiv -q^2$. Поскольку подынтегральное выражение не зависит от азимутального угла φ_k , по нему можно проинтегрировать и получить

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dk_\perp^2 dz} = & \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{32(2\pi)^2 z P \tilde{S}^2 \sqrt{P^2(1-z)^2 + k_\perp^2}} \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt |T_+ + T_+^c|^2 \times [-b_0 - \\ & - \frac{b_1 t}{2M} + b_4 t + \left(b_2 + \frac{b_5 t}{2M} \right) \frac{k_\perp^2 |\vec{q}| \cos \hat{\theta}_q}{\sqrt{P^2(1-z)^2 + k_\perp^2}} - \frac{b_3 k_\perp^2}{P^2(1-z)^2 + k_\perp^2} \times \\ & \times \left(\frac{t}{2} \left(\frac{t}{4M^2} + 1 \right) P^2(1-z)^2 + |\vec{q}|^2 \cos^2 \hat{\theta}_q \left(k_\perp^2 - \frac{P^2}{2}(1-z)^2 \right) \right) \Big], \end{aligned} \quad (54)$$

взяв пределы интегрирования как в [58]: $\sqrt{t_{\max}} \sim m_{\gamma'}$ и

$$\sqrt{t_{\min}} = \frac{H}{2z(1-z)P}. \quad (55)$$

Для того, чтобы воспроизвести сечение в приближении Вайцзеккера–Вильямса, в подынтегральном выражении (54) нужно оставить только слагаемые, пропорциональные b_0 , b_4 и ведущей по P^2 части b_3 , умноженные на ведущую и следующую за ведущей в порядке по P^2 части соответствующего множителя в (54),

$$I = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt |T_+ + T_+^c|^2 \left(-b_0 + b_4 t - \frac{b_3 k_\perp^2}{2} (t - t_{\min}) \right). \quad (56)$$

Тогда, используя (36), (41) и (42), легко показать, что

$$I \simeq \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} dt |T_+ + T_+^c|^2 A_{2 \rightarrow 2} \frac{t - t_{\min}}{2t_{\min}}, \quad (57)$$

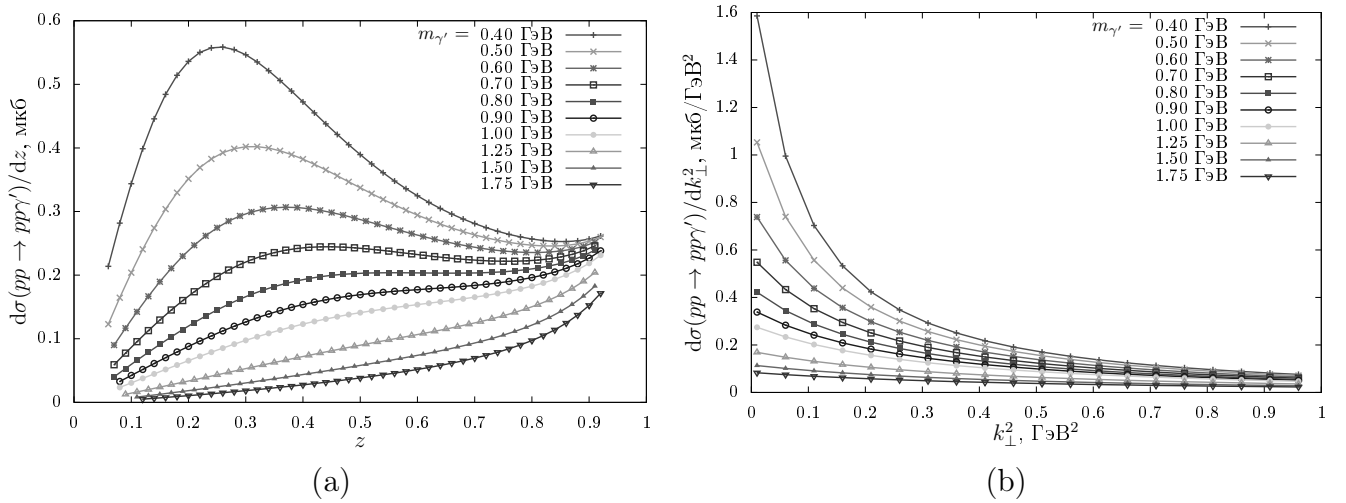


Рис. 3: Дифференциальное сечение тормозного излучения протона для различных значений массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$ в зависимости от (а) отношения z продольной компоненты трёхмерного импульса тёмного фотона к трёхмерному импульсу падающего протона, $z \equiv k_z/p_z$, (б) квадрата поперечного импульса тёмного фотона k_{\perp}^2 . Импульс налетающего протона в лабораторной системе отсчёта $P = 120$ ГэВ, массы тёмного фотона указаны на рисунке, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

где $A_{2 \rightarrow 2}$ определено в (8). Таким образом, если пренебречь относительно небольшими слагаемыми, зависящими от направления переданного импульса, (54) совпадёт с сечением в приближении Вайцзеккера–Вильямса (6) без учёта форм-факторов F_{VMD} и F_{virt} .

1.3 Численные оценки и сравнение результатов

В этом параграфе сначала будут представлены численные результаты, полученные для налетающего пучка протонов с импульсом в лабораторной системе отсчёта $P = 120$ ГэВ, как в строящемся эксперименте DUNE. Зависимость дифференциального сечения (54), проинтегрированного по отношению импульсов z или по квадрату импульса тёмного фотона k_{\perp}^2 , от массы тёмного фотона показана на рисунках 3а, 3б. Интегрирование по k_{\perp}^2 выполнялось на отрезке $0.01\text{--}1$ ГэВ², по z — на отрезке, удовлетворяющем предположениям (21), (22). Можно заметить, что дифференциальное сечение на рисунке 3а достигает максимума в диапазоне $z \in [0.2, 0.4]$ для тёмных фотонов массой менее 0.8 ГэВ. Для более тяжёлых тёмных фотонов поведение поперечного сечения меняется, и максимум достигается при максимальном значении z . На рисунке 3б показано

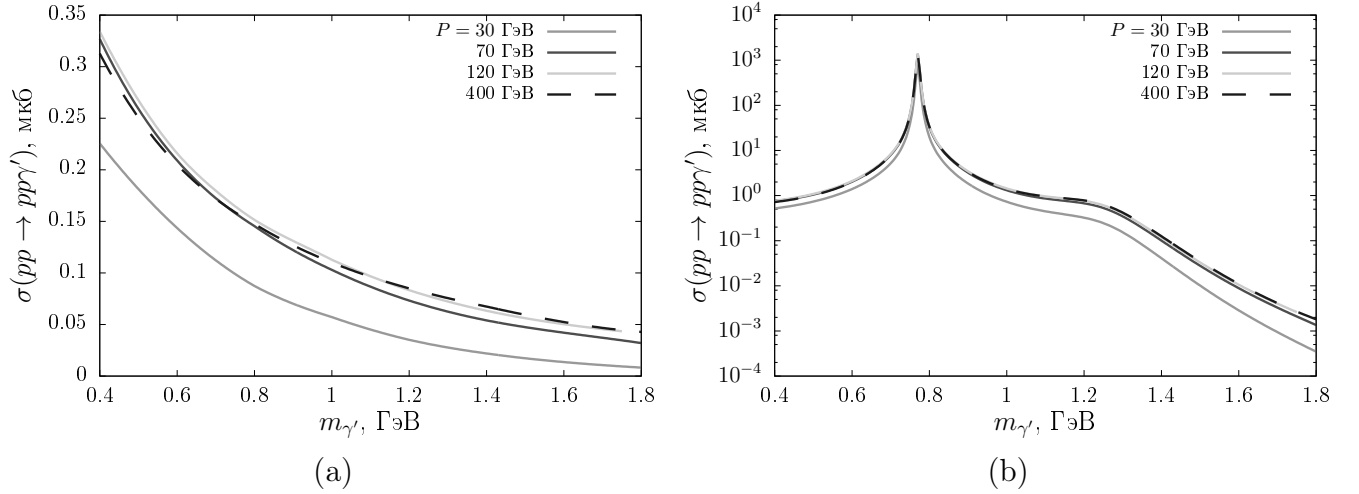


Рис. 4: Полное сечение тормозного излучения протона в зависимости от массы тёмного фотона для значений импульса налетающего протона в лабораторной системе отсчёта P на ускорителях J-PARC (серая линия), U-70 (тёмно-серая линия), Фермилаб (светло-серая линия), CERN SPS (чёрный пунктир). На рисунке 4а показано сечение без нетривиального вклада формфактора ДВМ, то есть положено $F_{\text{VMD}} = 1$. Выраженный пик на рисунке 4б при $m_{\gamma'} \approx 0.8 \text{ ГэВ}$ и колено при $m_{\gamma'} \approx 1.3 \text{ ГэВ}$ обусловлены формфактором F_{VMD} (10), учитывающим смешивание тёмного фотона с векторными мезонами, см. таблицу 1. Параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

быстрое уменьшение дифференциального поперечного сечения при увеличении поперечного импульса тёмного фотона k_{\perp} . Распределение тёмных фотонов по поперечному импульсу играет важную роль, поскольку оно определяет траектории тёмных фотонов и показывает, какая часть рождённых тёмных фотонов сможет достичь детектора, находящегося на пути пучка вторичных частиц. Такое расположение детектора используется, например, в экспериментах SHiP, DUNE и других экспериментах, планирующих поиски тёмного фотона.

Кроме того, изучалась зависимость полного интегрального сечения тормозного излучения от массы тёмного фотона для нескольких феноменологически интересных значений P . Численные результаты показаны на рисунках 4а, 4б. На рисунке 4а показано дифференциальное сечение (54), проинтегрированное по k_{\perp}^2 и z . На рисунке 4б результат дополнительно умножается на квадрат модуля формфактора ДВМ (10). Сечение тормозного излучения для протонного пучка с энергией $P = 30 \text{ ГэВ}$ в лабораторной системе отсчёта, создаваемого главным кольцом ускорительного комплекса J-PARC, показано серым цветом. Тёмно-серая линия демонстрирует сечение тормозного излучения протонного

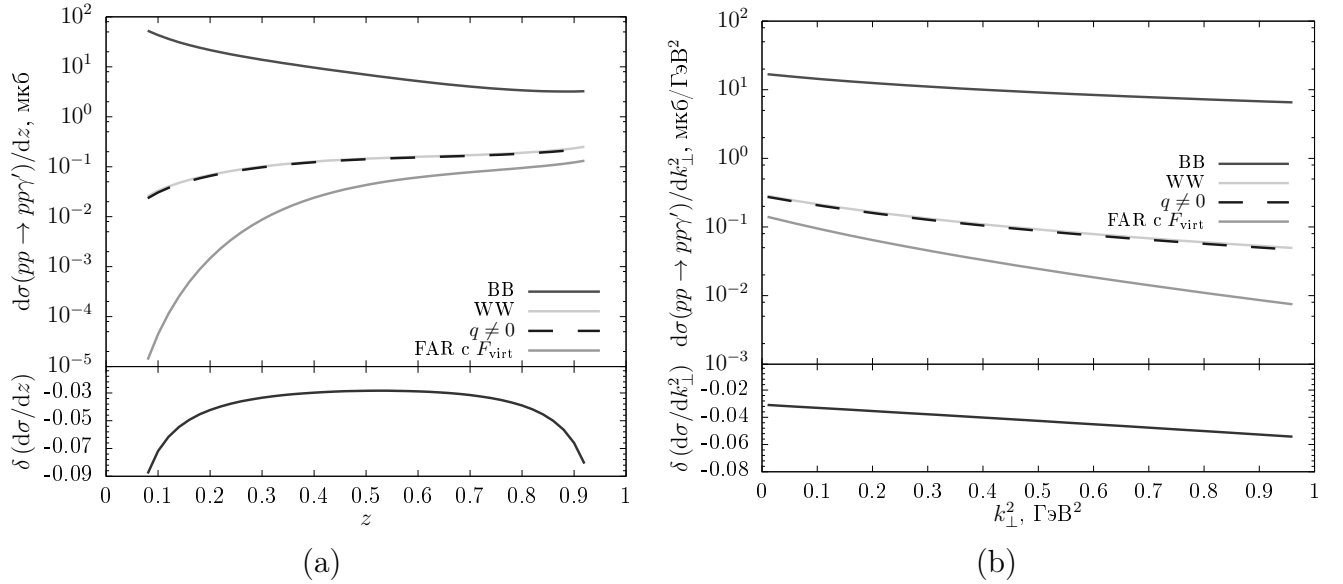


Рис. 5: Вверху: дифференциальное сечение тормозного излучения протона, полученное в данной работе (чёрный пунктир), Блюмляйном и Бруннером (тёмно-серая линия) [59], Форуги-Абари и Ритцем (серая линия, включает адронный формфактор вне массовой поверхности F_{virt} (11)) [60] и в приближении Вайцзеккера–Вильямса (светло-серая линия) [58]; внизу: относительное отклонение дифференциального сечения, полученного в данной работе, от приближения Вайцзеккера–Вильямса как функция (а) отношения z импульса тёмного фотона к импульсу налетающего протона, (б) квадрата поперечного импульса тёмного фотона k_{\perp}^2 . Импульс налетающего протона в лабораторной системе отсчёта $P = 120$ ГэВ, масса тёмного фотона $m_{\gamma'} = 1$ ГэВ, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

пучка с энергией $P = 70$ ГэВ на протонном синхротроне У-70. Полное сечение для протонного пучка Фермилаба с энергией $P = 120$ ГэВ показано светло-серым цветом. Чёрный пунктир соответствует протонному пучку протонного суперсинхротрона в ЦЕРНе (CERN SPS) с энергией $P = 400$ ГэВ. Дифференциальное сечение (54) слабо зависит от P , поскольку поведение множителя $1/P^2$ компенсируется интегралом I , пропорциональным P^2 , что видно из (57). Таким образом, зависимость сечения от P в основном обусловлена изменением пределов интегрирования (21), (22). Эта зависимость исчезает при больших P , что показано светло-серой линией и чёрным пунктиром на рисунке 4а.

На рисунках 5а, 5б для фиксированной массы тёмного фотона $m_{\gamma'} = 1$ ГэВ проведено сравнение дифференциальных сечений тормозного излучения: результат этой работы, (54), проинтегрированный по z или k_{\perp}^2 (чёрный пунктир), хорошо согласуется (в пределах 3–9%) с ответом в приближении Вайцзеккера–

Вильямса (WW), который показан светло-серым цветом и был найден с помощью (6) с формфакторами F_{VMD} и F_{virt} , равными единице [58]. Тёмно-серой линией представлен результат (12)–(13) Блюмляйна и Бруннера (BB) [59], где функция расщепления (13) умножается на *упругое* сечение pp -рассеяния (196), проинтегрированное по q^2 . Результат Форуги-Абари и Ритца (FAR) [60], в котором в (6) включён адронный формфактор вне массовой поверхности F_{virt} (11) и по-прежнему положено $F_{\text{VMD}} = 1$, показан серым цветом. Если положить и $F_{\text{virt}} = 1$, результат Форуги-Абари и Ритца (6) совпадёт с приближением Вайцзеккера–Вильямса. В то время как на рисунке 5а ответ Блюмляйна и Бруннера превышает сечение, полученное в данной работе, на 1–3 порядка, результат Форуги-Абари и Ритца оказывается меньше последнего. Поскольку из (57) следует, что наш результат должен хорошо согласовываться с приближением Вайцзеккера–Вильямса, в нижней части рисунков 5а, 5b показано относительное отклонение дифференциального сечения, полученного в данной работе, от ответа Вайцзеккера–Вильямса,

$$\delta \left(\frac{d\sigma}{dz} \right) \equiv \left(\frac{d\sigma}{dz} - \left(\frac{d\sigma}{dz} \right)_{\text{ww}} \right) / \left(\frac{d\sigma}{dz} \right)_{\text{ww}}, \quad (58)$$

и аналогичное выражение для дифференциального сечения, зависящего от k_{\perp}^2 , $\delta (d\sigma/dk_{\perp}^2)$.

Важно отметить, что три рассмотренных ответа при малых z ведут себя совершенно по-разному: рост сечения, полученного в подходе Блюмляйна и Бруннера, обусловлен слагаемым, пропорциональным $1/z$ в (13), а адронный формфактор вне массовой поверхности F_{virt} , см. (11), подавляет сечение Форуги-Абари и Ритца в пределе $z \rightarrow 0$. Хотя это расхождение ещё предстоит устранить, сингулярность $1/z$ в сечении Блюмляйна и Бруннера выглядит очень неестественно по сравнению с приближением Вайцзеккера–Вильямса и результатом данной работы, который получен путём рассмотрения диаграммы процесса тормозного излучения как процесса $2 \rightarrow 3$ в целом, без выделения вспомогательных подпроцессов.

Дифференциальное сечение, полученное в этой работе, согласуется не только с приближением Вайцзеккера–Вильямса, но и с результатом Форуги-Абари и Ритца, если не умножать последний на квадрат модуля адронного формфактора вне массовой поверхности F_{virt} (11). Следует также отметить, что

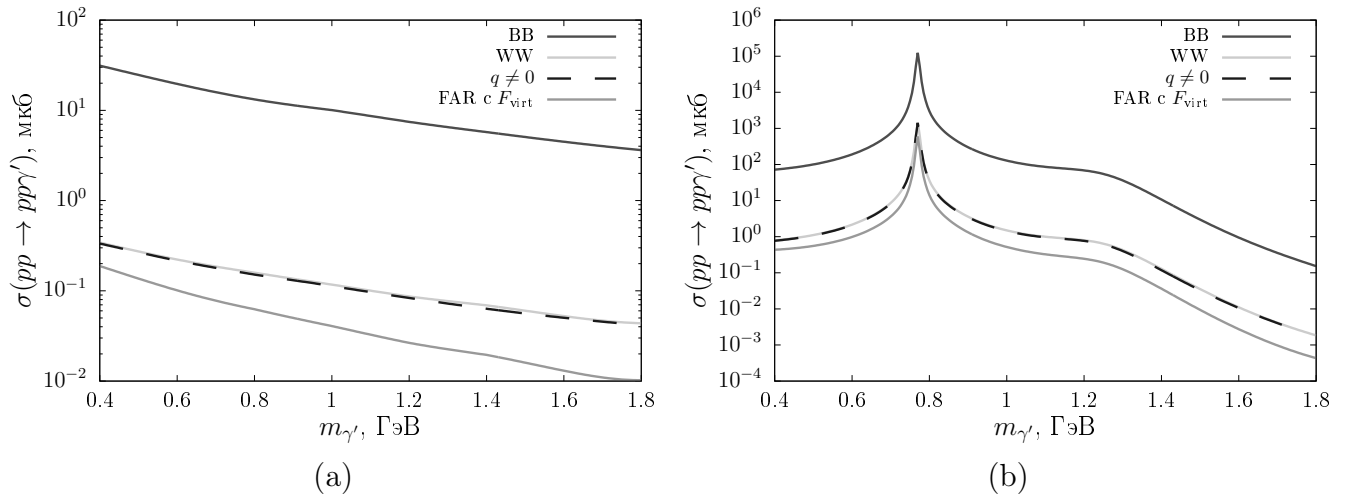


Рис. 6: Полное сечение тормозного излучения протона в зависимости от массы тёмного фотона (a) без формфактора ДВМ, (b) с формфактором ДВМ F_{VMD} (10). Соответствие цвета линии приближению, в котором получено сечение, аналогично рисункам 5a, 5b. Импульс налетающего протона в лабораторной системе отсчёта равен $P = 120$ ГэВ, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

Форуги-Абари и Ритц использовали пропагатор померона с нецелой степенью q^2 и константы взаимодействия протона с помероном, полученные в рамках модели жёсткого померона. В отличие от подхода Форуги-Абари и Ритца, в данной работе был использован пропагатор типа фотона, а величина константы взаимодействия гипотетический бозон-протон-протон определялась из подгонки величины дифференциального сечения упругого pp -рассеяния под экспериментальные данные. Несмотря на то, что эти подходы, очевидно, различаются, результаты, полученные в приближении Вайцзеккера–Вильямса, в данной работе и в работе Форуги-Абари и Ритца, численно совпадают с точностью около 10%. Кроме того, Форуги-Абаби и Ритц выполнили в [60] ещё одно вычисление сечения упругого тормозного излучения с учётом обмена одним помероном, которое также хорошо соответствует приближению Вайцзеккера–Вильямса.

На рисунках 6a, 6b изображены графики зависимости полного интегрального сечения тормозного излучения от массы тёмного фотона. На рисунке 6a формфактор ДВМ положен равным единице, $F_{\text{VMD}} = 1$, в то время как на рисунке 6b все результаты умножены на квадрат модуля того же формфактора F_{VMD} (10). Результат данной работы показан чёрным пунктиром, тёмно-серая линия соответствует ответу Блюмляйна и Бруннера, серая линия — ответу Форуги-Абари и Ритца. Результат данной работы с учётом ненулевой передачи

импульса очень хорошо согласуется с сечением тормозного излучения в приближении Вайцзеккера–Вильямса (светло-серая линия) и отличается от ответа Форуги-Абари и Ритца в 2–5 раз, в то время как оценка величины сечения в подходе Блюмляйна и Бруннера значительно превосходит их оба.

Кроме того, в приложении В показано, как чувствительность эксперимента SHiP ($P = 400$ ГэВ) зависит от подхода, выбранного для оценки величины сечения рождения тёмных фотонов. В нём перестроены границы потенциально исключённых областей пространства параметров модели, которые ранее были получены в [50] и [52]. Следуя этим работам, рассматривалось только тормозное излучение протонов и предполагалось, что мюонная защита SHiP позволяет считать фон практически отсутствующим. Полученные результаты представлены на рисунке 17. Для заданной массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$ ограничение на параметр кинетического смешивания ϵ может варьироваться в пределах одного порядка величины. Нужно подчеркнуть, что это не окончательный ответ на вопрос о чувствительности эксперимента SHiP, поскольку, следуя оригинальной работе коллаборации SHiP [52], эти результаты не были объединены с рождением тёмных фотонов в распадах мезонов и в процессе Дрелла–Яна. Также важно учесть вклад неупругого тормозного излучения (подробнее см. в главе 2). В заключение, хотелось бы обратить внимание исследователей, планирующих поиск тёмных фотонов в экспериментах с фиксированной мишенью, на вопрос применимости приближения Блюмляйна и Бруннера, требующий дальнейшего тщательного изучения.

1.4 Обсуждение результатов

Подводя итоги первой главы данной диссертации, можно сказать, что было найдено сечение упругого тормозного излучения с учётом ненулевого переданного импульса между налетающим протоном и протоном мишени. Полученный результат хорошо согласуется с приближением Вайцзеккера–Вильямса. Таким образом, было показано, что приближение Вайцзеккера–Вильямса применимо не только к бесструктурным фермионам, но и к протонам, и может давать надёжные результаты. С помощью метода, предложенного в данной диссертации, были представлены уточнённые предсказания для сечения рождения тёмных фотонов, которые можно использовать для анализа данных, полученных для пучков протонов с энергией 30 ГэВ, 70 ГэВ, 120 ГэВ и 400 ГэВ.

Вслед за хорошо известным исследованием тормозного излучения протонов [59] в первой главе диссертации было рассмотрено *упругое* рассеяние протонов, при котором протоны обмениваются безмассовым векторным гипотетическим бозоном с пропагатором фотона. Вообще говоря, упругое рассеяние протонов следует описывать как обмен эффективной частицей, помероном, с совершенно другой зависимостью пропагатора от квадрата 4-импульса q^2 (см. обзор [80]). Наиболее близкой к грубому рассмотрению данной работы является модель жёсткого векторного померона [81, 82, 83]. В ней померон — это векторная частица с зарядовой чётностью $C = +1$. В течение долгого времени данная модель успешно использовалась для описания упругого рассеяния протонов, поскольку она была одной из первых предложенных моделей, простой, удобной в использовании и разумно описывающей доступные на тот момент экспериментальные данные [80]. Позже она подверглась критике за недостаточную обоснованность в рамках КТП и была исключена экспериментально [84]. Однако существуют альтернативные модели померона, рассматривающие его как эффективную частицу со спином 0 или 2 [85]. Скалярная природа померона, как утверждается, исключена экспериментом STAR, а наиболее подходящей считается модель тензорного померона [86]. В недавних работах [87, 88] для CM были вычислены сечения тормозного излучения и центрального эксклюзивного рождения фотона в рамках модели тензорного померона. Таким образом, одной из наиболее важных задач для будущих исследований является пересмотр сечения рождения тёмных фотонов в рамках современных моделей померона.

Для того, чтобы оценить сечение рождения тёмных фотонов при тормозном излучении, происходящем в реальном эксперименте с фиксированной мишенью, необходимо рассмотреть процесс $pA \rightarrow pA\gamma'$, где A — ядра мишени. Следуя работе [89], было предположено, что гипотетическая векторная частица, рассматриваемая в первой главе данной работы, имеет равные константы связи с протоном и нейтроном (заряд Q_b в приведенном вычислении), как и померон. Кроме того, в экспериментальных работах [90, 91] было показано, что сечение упругого рассеяния протона на ядрах с массовым числом A при высоких энергиях пучка пропорционально $A^{2/3}$. Тогда величину сечения упругого тормозного излучения протона на мишени, состоящей из атомов с числом нуклонов A , можно приближенно оценить как $\sigma(pA \rightarrow pA\gamma') = A^{2/3}\sigma(pp \rightarrow pp\gamma')$.

Сечение неупругого тормозного излучения примерно на порядок больше,

чем сечение упругого тормозного излучения, которое изучалось в первой главе диссертации. Именно неупругий процесс в основном даёт вклад в рождение тёмных фотонов. Поэтому также было важно изучить процесс неупругого рождения тёмных фотонов, что будет сделано во второй главе данной работы. Исходя из общих соображений, сечение тормозного излучения можно разделить на произведение сечения упругого (неупругого) рассеяния протонов и вероятность расщепления протона, как было сделано Блюмляйном и Бруннером в [59]. Но тогда неясно, почему результат для сечения упругого рассеяния, полученный в таком подходе с расщеплением, так сильно отличается от приближения Вайцзеккера–Вильямса и проведенного в данной работе вычисления с ненулевой передачей импульса. Один из вопросов для дальнейшего изучения заключается в том, действительно ли сечение неупругого тормозного излучения, вычисленное с учётом ненулевого переданного импульса, быстро растёт при малых z , как утверждается в [59], или нет. Задача по устранению различий между существующими подходами требует дальнейшего рассмотрения.

2 Вклад формфактора Паули в неупругое тормозное излучение протона с рождением тёмных фотонов

2.1 Неупругое тормозное излучение протона: существующие результаты

В данном параграфе приведён обзор существующих методов оценки сечения неупругого тормозного излучения протона $pp \rightarrow \gamma' X$. Исследование, проведённое в рамках данной работы, в значительной степени основано на процедуре факторизации, изначально сформулированной Альтарелли и Паризи для излучения безмассовых кварков и глюонов [67]. Позже она была модифицирована для описания рождения массивных тёмных скаляров в процессе тормозного излучения протона [61]. Кроме того, аналогичная процедура была разработана Форуги-Абари и Ритцем для случая рождения тёмных фотонов [60]. Последний метод кратко представлен ниже.

На рисунке 7 показан общий вид диаграммы Фейнмана для рождения тёмного фотона в результате неупругого тормозного излучения протона. В этом

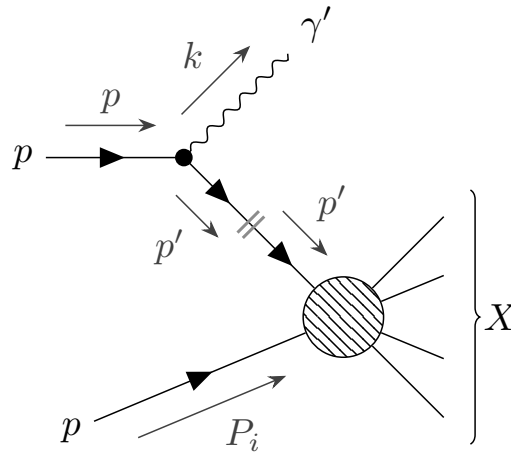


Рис. 7: Рождение тёмных фотонов в процессе неупругого тормозного излучения протона в начальном состоянии. Рисунок создан с помощью пакета TikZ-Feynman [79].

параграфе импульсы частиц обозначены следующим образом: p — импульс падающего протона, P_i — импульс протона мишени, k — импульс тёмного фотона, p' — импульс виртуального протона в промежуточном состоянии. Ось z

декартовой системы координат в лабораторной системе отсчёта ориентирована вдоль трёхмерного импульса протона налетающего пучка, так что компоненты импульсов протона и тёмного фотона можно записать в виде

$$p = \{E_p, 0, 0, P\}, \quad (59)$$

$$k = \{E_k, k_\perp \cos \varphi, k_\perp \sin \varphi, zP\}, \quad (60)$$

где P — модуль трёхмерного импульса налетающего протона, z — доля этого импульса, переходящая тёмному фотону, k_\perp — поперечная составляющая трёхмерного импульса тёмного фотона. Энергии налетающего протона и тёмного фотона принимаются равными

$$E_p \equiv P + \frac{M^2}{2P}, \quad (61)$$

$$E_k \equiv zP + \frac{m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2}{2zP}, \quad (62)$$

в предположении, что вторые слагаемые, содержащие массы протона M и тёмного фотона $m_{\gamma'}$, малы по сравнению с z -компонентами соответствующих трёхмерных импульсов.

Сечение приближенно раскладывается на множители следующим образом. Сначала, представив пропагатор протона в виде суммы по спиновым состояниям, можно извлечь из матричного элемента полного неупругого процесса $p(p)p(P_i) \rightarrow \gamma'X$ амплитуду подпроцесса $p(p')p(P_i) \rightarrow X$ и часть, отвечающую за излучение тёмного фотона (буквально разрезая диаграмму на рисунке 7 по двойной серой линии). Затем, используя явную форму спиноров Дирака и векторов поляризации тёмных фотонов, можно получить функцию расщепления $w_{\text{FAR}}(z, k_\perp^2)$, которая представляет собой плотность вероятности испускания тёмных фотонов, и связать дифференциальное сечение неупругого тормозного излучения с полным неодионочным дифракционным сечением $\sigma_{\text{NSD}}(\bar{s})$ процесса $pp \rightarrow X$ в виде

$$\left[\frac{d^2\sigma(pp \rightarrow \gamma'X)}{dzdk_\perp^2} \right]_{\text{FAR}} = w_{\text{FAR}}(z, k_\perp^2) |F_1(m_{\gamma'}^2)|^2 F_{\text{virt}}^2(z, k_\perp^2) \sigma_{\text{NSD}}(\bar{s}), \quad (63)$$

где $F_1(m_{\gamma'}^2)$ — электромагнитный формфактор Дирака протона, возникающий в вершине $pp\gamma'$ из-за составной природы протона, $F_{\text{virt}}(z, k_\perp^2)$ — адронный форм-

фактор вне массовой поверхности, который контролирует, насколько сильно промежуточный протон от неё отдаляется. Подробнее об обоих формфакторах будет рассказано в параграфе 2.2. Функция расщепления Форуги-Абари и Ритца

$$w_{\text{FAR}}(z, k_{\perp}^2) \equiv \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{2\pi H} \left(z - \frac{z(1-z)}{H} (2M^2 + m_{\gamma'}^2) + \frac{H}{2zm_{\gamma'}^2} \right) \quad (64)$$

содержит постоянную тонкой структуры α_{em} и часто встречающуюся кинематическую комбинацию $H \equiv k_{\perp}^2 + (1-z)m_{\gamma'}^2 + z^2M^2$. Для полного неодионого дифракционного сечения используется подгонка [92]

$$\sigma_{\text{NSD}}(s) = 1.76 + 19.8 \left(\frac{s}{\Gamma \text{эВ}^2} \right)^{0.057} \text{ мб}, \quad (65)$$

которая берётся при квадрате энергии в системе центра масс s промежуточных протонов и протонов мишени, равном $\bar{s} \equiv 2MP(1-z) + 2M^2 - H(z, k_{\perp}^2)/z$.

Хотя подход, описанный в [60], является понятным, одно из основных утверждений данной диссертации состоит в том, что он *не* даёт *полный* ответ. Важно отметить, что результат (63) зависит только от электромагнитного формфактора Дирака для протона $F_1(m_{\gamma'}^2)$, хотя он должен зависеть и от аналогичного электромагнитного формфактора Паули для протона $F_2(m_{\gamma'}^2)$, поскольку они оба вносят вклад в вершину $pp\gamma'$ (подробнее см. в параграфе 2.2). Чтобы полностью описать процесс неупругого тормозного излучения протона, в параграфе 2.3 данной работы вычисление из [60] было дополнено путём включения формфактора Паули.

Другое приближение для сечения неупругого тормозного излучения протона, которое чаще всего используется для оценки чувствительности экспериментов к тёмным фотонам, было разработано Блюмляйном и Бруннером [59]. Как уже обсуждалось в параграфе 1.1, в начале с помощью улучшенного приближения Вайцзеккера–Вильямса [58] матричный элемент для неупругого процесса $pp \rightarrow \gamma'pX$ выражается через амплитуду процесса $pb \rightarrow \gamma'p$, где b — вспомогательный безмассовый векторный бозон, который является переносчиком pp -взаимодействия. На втором этапе выводится вероятность расщепления для подпроцесса $p \rightarrow \gamma'p$. Наконец, в полной аналогии с выражением (12) для упругого тормозного излучения протона, дифференциальное сечение неупруго-

го процесса представляется в виде произведения

$$\left[\frac{d^2\sigma(pp \rightarrow \gamma' p X)}{dz dk_{\perp}^2} \right]_{BB} = w_{BB}(z, k_{\perp}^2) |F_1(m_{\gamma'}^2)|^2 \sigma_{\text{inel}}(s'), \quad (66)$$

где функция расщепления в подходе Блюмляйна и Бруннера определяется формулой (13), а сечение неупругого рассеяния протонов σ_{inel} берётся при s' — квадрате энергии в системе центра масс двух протонов, взаимодействующих посредством бозона b . К сожалению, из работы [59] неясно, как именно было получено сечение (66).

Следует отметить, что выражения (13) и (64) ведут себя по-разному в нескольких физически естественных предельных случаях изучаемой задачи, таких как пределы малой массы тёмного фотона, $m_{\gamma'} \ll M$, малой доли импульса, $z \ll 1$, малой (большой) виртуальности промежуточного протона, $M^2 - (p - k)^2 = H/z \ll M^2$ ($H/z \gg M^2$). Это неизбежно приводит к заметным расхождениям в численных результатах, которые ранее упоминались в [60] для неупругого тормозного излучения и в [63, 93] для аналогичного случая упругого тормозного излучения протона $pp \rightarrow pp\gamma'$.

2.2 Электромагнитные формфакторы и адронные формфакторы вне массовой поверхности

Электромагнитные протонные формфакторы Дирака $F_1(t)$ и Паули $F_2(t)$ как функции квадрата переданного импульса t тесно связаны с матричными элементами электромагнитного тока

$$j_{\text{em}}^{\mu} \equiv \sum_i Q_i \bar{q}_i \gamma^{\mu} q_i, \quad (67)$$

где вклады лёгких кварков $q_i \in \{u, d, s\}$ просуммированы с электрическими зарядами $Q_i \in \{2/3, -1/3, -1/3\}$. Такие матричные элементы, содержащие протон с импульсом p_1 в начальном состоянии и протон с импульсом p_2 в конечном состоянии, можно выразить через электромагнитные формфакторы протона следующим образом

$$\langle p(p_2) | j_{\text{em}}^{\mu} | p(p_1) \rangle \equiv \bar{u}(p_2) \left[F_1(t) \gamma^{\mu} + i \frac{F_2(t)}{2M} \sigma^{\mu\nu} (p_2 - p_1)_{\nu} \right] u(p_1), \quad (68)$$

где $\sigma_{\mu\nu} \equiv i [\gamma_\mu, \gamma_\nu] / 2$ и квадрат переданного импульса $t \equiv (p_2 - p_1)^2$.

На действительной оси t есть несколько различных областей. В пространственно-подобной области $t < 0$, электромагнитные формфакторы являются действительными и были измерены в процессе упругого рассеяния электрона на протоне $ep \rightarrow ep$, например, в лаборатории Jefferson Hall A [94, 95, 96], в эксперименте MAMI и коллаборацией A1 [97]. Во времени-подобной области $t > 0$ формфакторы являются комплексными, а экспериментальные исследования возможны только выше порога $t > 4M^2$. Времени-подобная область исследовалась в ходе ряда экспериментов по изучению образования пар $p\bar{p}$ при e^+e^- аннигиляции, среди которых BESIII [98], BABAR [99], CMD-3 [100], CLEO [101] и другие. Между этими двумя областями находится так называемая *нефизическая* область $0 < t < 4M^2$, которую нельзя исследовать с помощью упомянутых выше реакций, поэтому формфакторы в нефизической области обычно получают с помощью интерполяции или подгонки («фитирования»), применимой как в пространственно-подобной, так и во времени-подобной областях. Естественно, значения электромагнитных формфакторов, полученных таким образом, неизбежно будут обладать большими неопределённостями. Не имея ничего лучшего, в данной работе оценки этих формфакторов брались из литературы, поскольку исследуемая задача поставлена именно в нефизической области квадрата переданного импульса и состоит в описании рождения тёмного фотона массой 0.4–1.8 ГэВ.

Ниже перечислены плюсы и минусы нескольких имеющихся в литературе оценок для электромагнитных формфакторов протона в нефизической области. Впечатляющая подгонка («фитирование»), основанная на дисперсионных соотношениях и данных многочисленных экспериментов в пространственно-подобной и времени-подобной областях, известных на сегодняшний день, представлена в [102]. Интересной особенностью является то, что помимо резонансов фитирующая функция включает в себя непрерывные вклады, такие как вклад двух пионов в изовекторную часть формфакторов, полученный в [103], а также континуумы $\rho\pi$ и $K\bar{K}$, которые вносят вклад в изоскалярную часть формфакторов [104] (к сожалению, последние два континуума приближенно рассматриваются как полюса в нефизической области). Однако воспользоваться данной аппроксимацией не удалось, поскольку для воспроизведения данных в ней введено большое количество фиктивных резонансов нулевой ширины в

	ρ	ω	ρ'	ω'	ρ''	ω''
$f_{1,i}$	0.616	1.01	0.223	-0.881	-0.339	0.369
$f_{2,i}$	4.17	-0.143	-4.42	0.151	2.11	-0.723
$m_i, \text{ГэВ}$	0.770		1.25		1.45	
$\Gamma_i, \text{ГэВ}$	0.150	0.0085	0.300		0.500	

Таблица 2: Параметры мезонов семейств ρ и ω , использованные в фитировании [73] для электромагнитных протонных формфакторов Дирака и Паули (69).

исследуемой нефизической области, которые не соответствуют никаким известным физическим состояниям. Поэтому в окрестностях этих полюсов невозможно предсказать значения электромагнитных формфакторов, даже если ввести для них ненулевые ширины распада (что фактически полностью разрушает аппроксимацию [102]).

Другое известное фитирование, предложенное Мартемьяновым, Фесслером и Криворученко (ФКМ) [73] и основанное на расширенной модели доминантности векторных мезонов, используется в большинстве работ, посвящённых тормозному излучению протона. В фитировании используется смешивание фотонов с мезонами семейств ρ и ω : каждое семейство содержит один существующий мезон с $J^{PC} = 1^{--}$ и два фиктивных. Преимуществами данного фитирования являются простая аналитическая форма и небольшое количество свободных параметров. Электромагнитные протонные формфакторы Дирака ($j = 1$) и Паули ($j = 2$) в рамках этой модели параметризуются схожим образом

$$F_j(t) \equiv \sum_i \frac{f_{j,i} m_i^2}{m_i^2 - t - i m_i \Gamma_i}, \quad (69)$$

где суммирование идёт по всем шести векторным мезонам с константами связи с нуклонами $f_{j,i}$, массами m_i и ширинами распада Γ_i , перечисленными в таблице 2. К сожалению, эта параметризация не согласовывалась с экспериментальными данными во времени-подобной области, доступными на момент публикации [73]. Более того, за последние десять лет во времени-подобной области было получено ещё больше новых экспериментальных данных, которые, конечно, не были включены в исследование [73]. Также есть некоторые теоретические недостатки описанного подхода: не учтены вклады континуума, а параметры резонансов ρ' , ρ'' , ω' , ω'' являются подобранными, что может быть удовлетво-

рительным для рассмотрения формфактора в пространственно-подобной или физической времени-подобной области, но серьёзно влияет на значения формфакторов вблизи $t = m_i^2$ в интересующей нас области. Также есть сомнения в унитарности модели, поскольку при подгонке рассматривалась сумма перекрывающихся резонансов Брейта–Вигнера, вместо работы в рамках формализма \mathcal{K} -матрицы [105].

В качестве многообещающей альтернативы в данной работе также рассмотрена подгонка, полученная в работах Дубнички, Дубничковой и соавторов [106, 107, 108] (DD). Их интерполяции основаны на унитарной и аналитической модели электромагнитных формфакторов нуклонов [106]. Одна из последних интерполяций на основе современных экспериментальных данных [108] содержит вклады девяти экспериментально подтверждённых нейтральных векторных мезонов $\rho(770)$, $\omega(782)$, $\phi(1020)$, $\rho'(1450)$, $\omega'(1420)$, $\phi'(1680)$, $\rho''(1700)$, $\omega''(1650)$, $\phi''(2170)$ с квантовыми числами 1^{--} и экспериментально измеренными массами и ширинами распада. Формфакторы представлены в довольно сложной аналитической форме, которую не удаётся воспроизвести с помощью выражений из [108]. Поэтому в данной диссертации использовались таблицы значений электромагнитных формфакторов протона, предоставленные авторами подгонки. Следует также отметить, что существует наблюдаемое разногласие между полным сечением аннигиляции электрон-позитронной пары в $p\bar{p}$, измеренным коллаборацией BESIII, и теоретическим предсказанием [108], сделанным с использованием этих формфакторов.

Рассмотренные выше электромагнитные формфакторы протона были получены в предположении, что оба протона находятся на массовой поверхности. Однако в процессе тормозного излучения протона (см. рисунок 7) только налетающий протон находится на массовой поверхности. Общее теоретическое рассмотрение таких матричных элементов электромагнитного тока j_{em}^μ , наполовину сошедших с массовой поверхности, и их связь с электромагнитными формфакторами Дирака $F_1(t)$ и Паули $F_2(t)$ (к сожалению, без каких-либо конкретных числовых оценок изменений значений формфакторов) было представлено в [109]. Кроме того, в литературе исследовались расширенные электромагнитные формфакторы пиона из подпроцесса $\pi \rightarrow \gamma^* \pi^*$, зависящие от двух параметров: квадрата импульса фотона q^2 и квадрата импульса пиона вне массовой поверхности t [110, 111]. Эти формфакторы были получены как из эксперимен-

тальных данных по эксклюзивному сечению $ep \rightarrow e\pi^+n$, так и с помощью точно решаемой явно ковариантной модели. В зависимости от t они быстро уменьшаются для пионов, удаляющихся от массовой поверхности $t = m_\pi^2$. Аналогичным образом, в данной работе предполагалось, что электромагнитные формфакторы протона также быстро уменьшаются для протонов, удаляющихся от массовой поверхности. Поэтому был использован консервативный феноменологический адронный формфактор вне массовой поверхности (11), который подавляет матричные элементы для промежуточных протонов с большой виртуальностью $(p - k)^2 - M^2 = -H/z$.

Подводя итог, в этой работе для численных оценок сечений в параграфе 2.4 и для пересмотра чувствительности экспериментов в параграфе 2.5 используются численные приближения для электромагнитных формфакторов протона, полученные в [73, 108] и адронный формфактор вне массовой поверхности (11). Было обнаружено, что численные результаты зависят как от электромагнитного, так и от адронного формфакторов. Замена последнего на единицу увеличивает соответствующее количество сигнальных событий в несколько раз (конкретное число зависит от эксперимента и массы тёмного фотона). Это означает, что в дальнейшем крайне желательно более аккуратно рассмотреть виртуальность промежуточного протона. Далее в параграфах 2.4 и 2.5 приведены оценки величины выбранных электромагнитных формфакторов и их влияние на чувствительность экспериментов с фиксированной мишенью.

2.3 Факторизация сечения

В этом параграфе приводится подробное вычисление дифференциального сечения неупругого тормозного излучения протона $pp \rightarrow \gamma'X$. Опираясь на результаты, полученные в работах [76, 77, 78] для фотонов от тормозного излучения электронов, можно пренебречь рождением тёмных фотонов протоном мишени. Следуя работе [60], вычисления проводятся в квазиреальном приближении, в котором как налетающий протон, так и протон мишени распадаются после рассеяния, а промежуточный протон находится близко к массовой поверхности. Таким образом, для оценки неупругого тормозного излучения рассматривается только излучение из начального состояния, изображенное на рисунке 7. В данной работе подход, описанный в статье [60], расширяется путём рассмотрения полного вклада вершины $pp\gamma'$ в рождение тёмных фотонов, т.е. включающего

слагаемые с электромагнитными формфакторами Дирака $F_1(t)$ и Паули $F_2(t)$.

В отличие от [60], где используется старая теория возмущений, вычисления в данной работе проведены в рамках обычной современной квантовой теории поля и, следовательно, в каждой вершине сохраняются как энергия, так и импульс. Таким образом, в дополнение к (59) справедливо

$$p' = \{E_{p'}, -k_{\perp} \cos \varphi, -k_{\perp} \sin \varphi, (1 - z)P\}, \quad (70)$$

где энергия промежуточного протона равна $E_{p'} \equiv E_p - E_k$. Одной из задач работы является преобразование дифференциального сечения к произведению

$$\frac{d^2\sigma(pp \rightarrow \gamma' X)}{dz dk_{\perp}^2} \simeq w_{\text{mas}}(z, k_{\perp}^2) F_{\text{virt}}^2(z, k_{\perp}^2) \sigma_{\text{NSD}}(\bar{s}), \quad (71)$$

где главная функция расщепления $w_{\text{mas}}(z, k_{\perp}^2)$ зависит от квадратичных комбинаций электромагнитных формфакторов Дирака и Паули. При выводе формулы (71) для простоты опускается феноменологический адронный формфактор $F_{\text{virt}}(z, k_{\perp}^2)$. В самом конце он будет восстановлен.

Сначала из полного матричного элемента $p(p)p(P_i) \rightarrow \gamma'(k)X$, обозначенного $\mathcal{M}^{r\lambda}$, извлекается матричный элемент $\mathcal{M}^{r'} \equiv A(p - k, P_i) u^{r'}(p - k)$ неупругого подпроцесса pp -рассеяния $p(p - k)p(P_i) \rightarrow X$. Здесь $r, r' \in \{\uparrow, \downarrow\}$ — спинорные индексы, нумерующие спиновые состояния налетающего и промежуточного протонов, $\lambda \in \{+, -, L\}$ — одна из поляризаций тёмного фотона. Поляризация протона мишени не учитывается, так как она не влияет на вычисление. Полный матричный элемент можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{r\lambda} = & A(p - k, P_i) \frac{i(\hat{p} - \hat{k} + M)}{(p - k)^2 - M^2} (-i\epsilon e) \times \\ & \times \left(\gamma_{\mu} F_1(m_{\gamma'}^2) + \frac{i}{2M} \sigma_{\mu\nu}(-k^{\nu}) F_2(m_{\gamma'}^2) \right) (\epsilon^{\lambda})^{*\mu}(k) u^r(p), \end{aligned} \quad (72)$$

где e — электрический заряд протона, а электромагнитные формфакторы берутся при $k^2 = m_{\gamma'}^2$. Далее числитель протонного пропагатора разлагается на сумму по спиновым состояниям,

$$\hat{p} - \hat{k} + M = \sum_{r'} u^{r'}(p - k) \bar{u}^{r'}(p - k), \quad (73)$$

а виртуальность промежуточного протона в знаменателе упрощается следующим образом

$$(p - k)^2 - M^2 = -H/z, \quad (74)$$

что даёт

$$\mathcal{M}^{r\lambda} = - \sum_{r'} \mathcal{M}^{r'} \frac{\epsilon \epsilon z}{H} \left(V_1^{r'r\lambda} F_1(m_{\gamma'}^2) + V_2^{r'r\lambda} F_2(m_{\gamma'}^2) \right), \quad (75)$$

где введены вершинные функции

$$V_1^{r'r\lambda} \equiv \bar{u}^{r'}(p - k) \widehat{(\epsilon^\lambda)^*} u^r(p), \quad (76)$$

$$V_2^{r'r\lambda} \equiv \frac{1}{4M} \bar{u}^{r'}(p - k) \left[\widehat{(\epsilon^\lambda)^*}, \hat{k} \right] u^r(p). \quad (77)$$

Далее в терминах кинематических переменных находится явный вид вершинных функций. Ранее в работе [60] рассматривалась только вершинная функция (76). Вершинная функция (77) получается из нового слагаемого в (75), содержащего электромагнитный формфактор Паули. Чтобы получить их явный вид, спиноры, записанные в представлении Дирака,

$$u_\uparrow(p) = \left(\sqrt{E_p + M}, 0, \frac{P}{\sqrt{E_p + M}}, 0 \right)^T, \quad (78)$$

$$u_\downarrow(p) = \left(0, \sqrt{E_p + M}, 0, \frac{-P}{\sqrt{E_p + M}} \right)^T, \quad (79)$$

$$u_\uparrow(p') = \sqrt{E_{p'} + M} \left(1, \frac{-k_\perp e^{i\varphi}}{2(1-z)P}, \frac{(1-z)P}{E_{p'} + M}, \frac{-k_\perp e^{i\varphi}}{2(E_{p'} + M)} \right)^T, \quad (80)$$

$$u_\downarrow(p') = \sqrt{E_{p'} + M} \left(\frac{-k_\perp}{2(1-z)P}, -e^{i\varphi}, \frac{k_\perp}{2(E_{p'} + M)}, \frac{(1-z)P e^{i\varphi}}{E_{p'} + M} \right)^T, \quad (81)$$

и вектора поляризации тёмного фотона, представленные в виде

$$\epsilon_+^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 0, 1, i, \frac{-k_\perp}{zP} e^{i\varphi} \right\}, \quad (82)$$

$$\epsilon_-^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ 0, 1, -i, \frac{-k_\perp}{zP} e^{-i\varphi} \right\}, \quad (83)$$

$$\epsilon_L^\mu = \frac{1}{m_{\gamma'}} \left\{ zP + \frac{k_\perp^2}{2zP}, k_\perp \cos \varphi, k_\perp \sin \varphi, zP + \frac{m_{\gamma'}^2}{2zP} \right\}, \quad (84)$$

подставляются в выражения (76), (77). Это даёт следующие вершинные функции в ведущем (не выше второго) порядке по k_\perp , M , $m_{\gamma'}$ для круговых поляризацій тёмного фотона, $\lambda = \pm$,

$$V_1^{r'r\lambda} = \frac{\sqrt{2} e^{-i\lambda\varphi} e^{i\left(\frac{r-1}{2}\right)\varphi}}{z\sqrt{1-z}} \left(-\lambda k_\perp (-\delta_{r\lambda} + (1-z)\delta_{r,-\lambda}) \delta_{r'r} + z^2 M \delta_{r\lambda} \delta_{r',-r} \right), \quad (85)$$

$$V_2^{r'r\lambda} = \frac{e^{-i\lambda\varphi} e^{i\left(\frac{r-1}{2}\right)\varphi}}{\sqrt{2}(1-z)} \left(\lambda k_\perp \delta_{r'r} + \frac{1}{Mz} \left((M^2 z^2 - m_{\gamma'}^2 (1-z)) \delta_{r\lambda} + k_\perp^2 \delta_{r,-\lambda} \right) \delta_{r',-r} \right), \quad (86)$$

и для продольной поляризации тёмного фотона, $\lambda = L$,

$$V_1^{r'rL} = \frac{r e^{i\left(\frac{r-1}{2}\right)\varphi}}{z\sqrt{1-z} m_{\gamma'}} \left(k_\perp^2 + M^2 z^2 - m_{\gamma'}^2 (1-z) \right) \delta_{r'r}, \quad (87)$$

$$V_2^{r'rL} = \frac{m_{\gamma'} e^{i\left(\frac{r-1}{2}\right)\varphi}}{2z\sqrt{1-z}} \left(r z^2 \delta_{r'r} + \frac{k_\perp}{M} (-2+z) \delta_{r',-r} \right). \quad (88)$$

Стоит отметить, что вершинная функция (88) содержит два слагаемых — как с равными $\delta_{r'r}$, так и с противоположными $\delta_{r',-r}$ спиральностями протонов, участвующих в подпроцессе излучения.

Вычислив квадрат модуля матричного элемента (75), можно получить следующие суммы, содержащие квадратичные комбинации вершинных функций (76), (77)

$$\sum_\lambda V_i^{r'r\lambda} \left(V_j^{r''r\lambda} \right)^* \equiv (I'_{ij} \delta_{r'r} + I''_{ij} \delta_{r',-r}) \delta_{r''r'} + (J'_{ij} \delta_{r'r} + J''_{ij} \delta_{r',-r}) \delta_{r'',-r'}, \quad (89)$$

где $i, j = \overline{1, 2}$ и были введены коэффициенты $I_{ij}^{(\prime)}, J_{ij}^{(\prime)}$, перечисленные в (209)–(218) приложения С. После суммирования по общему спиновому индексу r получается соответствующая часть квадрата матричного элемента

$$\sum_{r,\lambda} V_i^{r' r \lambda} \left(V_j^{r'' r \lambda} \right)^* = (I_{ij}' + I_{ij}'') \delta_{r'' r'} + (J_{ij}' + J_{ij}'') \delta_{r'', -r'}. \quad (90)$$

Тогда квадрат полного матричного элемента (75)

$$\sum_{r,\lambda} |\mathcal{M}^{r\lambda}|^2 = \left(\frac{\epsilon e z}{H} \right)^2 \left(N \sum_{r'} |\mathcal{M}^{r'}|^2 + A \sum_{r'} \mathcal{M}^{r'} (\mathcal{M}^*)^{-r'} \right) \quad (91)$$

содержит нормальную часть, пропорциональную $|\mathcal{M}^{r'}|^2$ и преобразуется в сечение подпроцесса $p(p-k)p(P_i) \rightarrow X$ в окончательном ответе, а также аномальную часть с переворотом спина, которая пропорциональна $\mathcal{M}^{r'} (\mathcal{M}^*)^{-r'}$ с коэффициентами

$$N \equiv |F_1|^2 (I_{11}' + I_{11}'') + |F_2|^2 (I_{22}' + I_{22}'') + (F_1 F_2^* + F_2 F_1^*) (I_{12}' + I_{12}''), \quad (92)$$

$$A \equiv (F_1 F_2^* - F_2 F_1^*) (J_{12}' + J_{12}''). \quad (93)$$

Аномальная часть A не появляется в расчётах для «бесструктурного» протона без магнитного дипольного момента. В частности, она отсутствует в результатах работы [60]. Впервые она появляется в данной работе из-за учёта магнитного дипольного момента протона и его влияния на вершинную функцию $pp\gamma'$ в (77). С технической точки зрения, в квадрате матричного элемента (75) перекрестные слагаемые, пропорциональные $F_1 F_2^*, F_1^* F_2$, содержат нечётное число гамма-матриц. Чтобы получить ненулевой вклад в след, необходимо чётное число гамма-матриц, и требуемое слагаемое возникает из квадрата волновых функций протона в (76), (77), что подразумевает переворот спина рассеявшегося протона.

Аномальная часть — интересная особенность изучаемой задачи, но нужно помнить, что одна из главных целей — разложить окончательный ответ на множители и выделить сечение неупругого процесса pp -рассеяния. Сравнивая численные значения электромагнитных формфакторов Дирака и Паули в соответствии с результатами подгонок, проведённых в работах [73, 108], можно заметить следующую иерархию, которая справедлива для большинства изуча-

емых квадратов импульса тёмного фотона $t = m_{\gamma'}^2$,

$$|F_2|^2 > |F_1 F_2^* + F_2 F_1^*| > |F_1|^2 > |F_1 F_2^* - F_2 F_1^*|. \quad (94)$$

Также можно ограничить сверху отношение нормальных и аномальных квадратичных комбинаций вершинных функций,

$$\frac{|J'_{12} + J''_{12}|}{I'_{22} + I''_{22}} \simeq \frac{k_{\perp}}{Mz} < 1, \quad (95)$$

для всех значений k_{\perp} , которые вносят доминирующий вклад в сечение. Комбинируя (94) и (95), можно заключить, что аномальная часть мала по сравнению с нормальной частью и, следовательно, ею можно пренебречь. Именно это *приближение* позволяет нам завершить расчёт и представить результат в привычной форме.

Наконец, по аналогии с тем, как это сделано в работе [60], можно получить дифференциальное сечение неупругого тормозного излучения, зависящее от формфакторов Дирака и Паули, как и было заявлено в (71), с помощью главной функции расщепления

$$w_{\text{mas}}(z, k_{\perp}^2) \equiv w_{11}(z, k_{\perp}^2)|F_1|^2 + w_{22}(z, k_{\perp}^2)|F_2|^2 + w_{12}(z, k_{\perp}^2)(F_1 F_2^* + F_2 F_1^*). \quad (96)$$

Она зависит от трех вспомогательных функций расщепления

$$w_{11}(z, k_{\perp}^2) \equiv \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{2\pi H} \left(z - \frac{z(1-z)}{H} (2M^2 + m_{\gamma'}^2) + \frac{H}{2zm_{\gamma'}^2} \right), \quad (97)$$

$$w_{22}(z, k_{\perp}^2) \equiv \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{2\pi H} \frac{m_{\gamma'}^2}{8M^2} \left(z - \frac{z(1-z)}{H} (8M^2 + m_{\gamma'}^2) + \frac{2H}{zm_{\gamma'}^2} \right), \quad (98)$$

$$w_{12}(z, k_{\perp}^2) \equiv \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{2\pi H} \left(\frac{3z}{4} - \frac{3m_{\gamma'}^2 z(1-z)}{2H} \right), \quad (99)$$

причём первая из них совпадает с $w_{\text{FAR}}(z, k_{\perp}^2)$ в (64). Следует подчеркнуть, что, несмотря на пренебрежение *новой* аномальной частью в квадрате матричного элемента тормозного излучения (91), как показано далее в параграфе 2.4, были получены заметные *изменения* в итоговом дифференциальном сечении (96), которые пропорциональны квадратичным комбинациям $|F_2|^2$ и $(F_1 F_2^* + F_2 F_1^*)$.

Таким образом, результат по-прежнему содержит интересные особенности, такие как *новые* функции расщепления $w_{22}(z, k_{\perp}^2)$ и $w_{12}(z, k_{\perp}^2)$, которые появились из-за учёта электромагнитного формфактора Паули. В параграфе 2.5 прогнозируемая чувствительность T2K, DUNE и SHiP к видимым распадам тёмных фотонов, полученная с помощью результатов, приведённых в этой работе, (71), (96), сравнивается с чувствительностью, основанной на сечении Блюмляйна–Бруннера, (13), (66) (которое в настоящее время часто используется в экспериментальных статьях).

2.4 Численные результаты для полных сечений

Полное сечение неупругого тормозного излучения, полученное при интегрировании (71), (96)–(99) по части прямоугольника $(z, k_{\perp}^2) \in [0; 1] \times [0; 1 \text{ ГэВ}^2]$, в которой выполняются неравенства $(k_{\perp}^2 + m_{\gamma'}^2)/z^2 P^2 < 0.1$ и $k_{\perp}^2/(1-z)^2 P^2 < 0.1$, обосновывающие разложение в ряд Тейлора энергий $E_k, E_{p'}$, можно разделить на три слагаемых

$$\sigma(pp \rightarrow \gamma' X) = |F_1|^2 \sigma_D + |F_2|^2 \sigma_P + (F_1 F_2^* + F_2 F_1^*) \sigma_I. \quad (100)$$

Здесь были введены вспомогательные сечения Дирака, Паули и сечение интерференции, которые не зависят от величины электромагнитного формфактора протона,

$$\begin{pmatrix} \sigma_D \\ \sigma_P \\ \sigma_I \end{pmatrix} \equiv \int \begin{pmatrix} w_{11}(z, k_{\perp}^2) \\ w_{22}(z, k_{\perp}^2) \\ w_{12}(z, k_{\perp}^2) \end{pmatrix} F_{\text{virt}}^2(z, k_{\perp}^2) \sigma_{\text{NSD}}(\bar{s}) H_0(z, k_{\perp}^2) H_1(z, k_{\perp}^2) dz dk_{\perp}^2. \quad (101)$$

Функции, ограничивающие область интегрирования,

$$H_0(z, k_{\perp}^2) \equiv \Theta \left(0.1 - \frac{k_{\perp}^2 + m_{\gamma'}^2}{z^2 P^2} \right), \quad (102)$$

$$H_1(z, k_{\perp}^2) \equiv \Theta \left(0.1 - \frac{k_{\perp}^2}{(1-z)^2 P^2} \right) \quad (103)$$

построены из ступенчатой функции Хевисайда $\Theta(x)$, которая равна единице при положительном x и нулю при отрицательном x . В этом параграфе для

простоты параметр кинетического смешивания зафиксирован равным единице, $\epsilon = 1$. Для реалистичных оценок значения вспомогательных сечений неупругого тормозного излучения нужно умножить на коэффициент ϵ^2 .

Ниже приведены численные подгонки для вспомогательных сечений в мкб в зависимости от параметра $y \equiv m_{\gamma'}/\text{ГэВ}$ при фиксированном значении импульса налетающего протона $P = 120 \text{ ГэВ}$:

$$\sigma_D/\text{мкб} = -0.0449/y^3 + 19.5/y^2 - 28.7/y + 24.8 - 10.0y + 1.51y^2, \quad (104)$$

$$\sigma_P/\text{мкб} = 0.0192/y^3 - 0.421/y^2 + 3.20/y + 0.392 - 0.885y + 0.260y^2, \quad (105)$$

$$\sigma_I/\text{мкб} = 0.0209/y^3 - 0.467/y^2 + 3.66/y - 1.10 - 0.548y + 0.221y^2. \quad (106)$$

Численное приближение (104)–(106) хорошо работает на отрезке $0.1 < y < 2.3$, хотя процесс неупругого тормозного излучения протона для импульса протонов пучка порядка десятков – сотен ГэВ доминирует в рождении тёмных фотонов только при $0.4 < y < 1.8$ [52]. Более сложные численные подгонки, позволяющие варьировать как массу тёмного фотона $m_{\gamma'}$, так и импульс падающего протона P , а также их относительные ошибки, можно найти в приложении D. Используя формулы (104)–(106) или (219)–(224), полное неупругое сечение (100) можно получить свёрткой с подходящими электромагнитными формфакторами Дирака и Паули.

На рисунке 8 показана зависимость вспомогательных сечений σ_D , σ_P и σ_I от массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$. С его помощью можно сравнить их относительные вклады в полное неупругое сечение тормозного излучения при наивном выборе формфакторов Дирака и Паули, равных единице.

Видно, что если забыть о значениях формфакторов, то вклад Дирака σ_D действительно больше, чем два других. Таким образом, наивно, вспомогательными сечениями Паули σ_P и интерференции σ_I , полученными в этой работе, можно пренебречь по сравнению с σ_D .

Такой подход, конечно, является неполным, поэтому были восстановлены значения электромагнитных формфакторов Дирака $F_1(m_{\gamma'}^2)$ и Паули $F_2(m_{\gamma'}^2)$. На рисунке 9 представлено сравнение полных сечений неупругого тормозного излучения, рассчитанных с помощью подгонок формфакторов, представленных в работах [73, 108]. Из рисунка 9 видно, что при любом выборе электромагнитных формфакторов протонов [73] или [108] полное сечение неупругого тор-

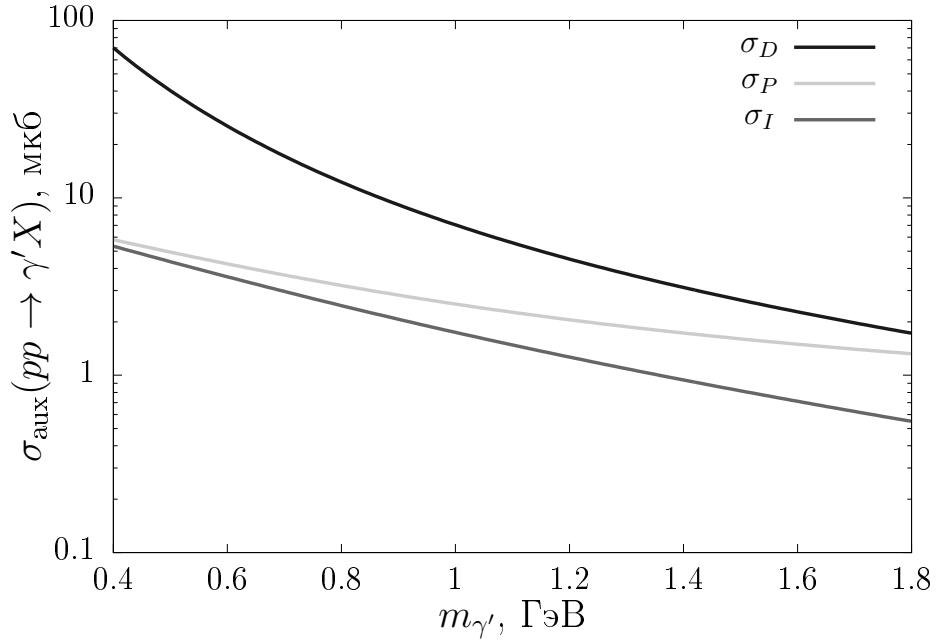


Рис. 8: Вспомогательные сечения Дирака (тёмно-серая линия), Паули (светло-серая линия) и интерференции (серая линия) (101) в зависимости от массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$ для импульса налетающего протона $P = 120$ ГэВ, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

возможного излучения (71) с главной функцией расщепления (96), включающей формфакторы Дирака и Паули, заметно больше, чем сечение (63), полученное ранее в [60] только с формфактором Дирака. Более того, из-за большего набора резонансов векторных мезонов в основе подгонки [108], по сравнению с [73], в первом случае увеличение полного сечения предсказывается для более широкой области масс тёмных фотонов.

2.5 Чувствительность экспериментов T2K, DUNE и SHiP

В этом параграфе оценена ожидаемая чувствительность к видимым распадам тёмного фотона ближнего детектора ND280 T2K [55], многоцелевого детектора DUNE [112] и распадного объёма SHiP [52]. В целом, для всех трёх экспериментов данная работа следует процедурам, описанным в приложении А к статье [55] и в приложении В к статье [63], используя параметры, перечисленные в таблице 3. Чувствительность изучалась в диапазоне масс тёмного фотона 0.4–1.8 ГэВ, где неупругое тормозное излучение протона является доминирующим каналом рождения по сравнению с распадами мезонов и процессом Дрелла–

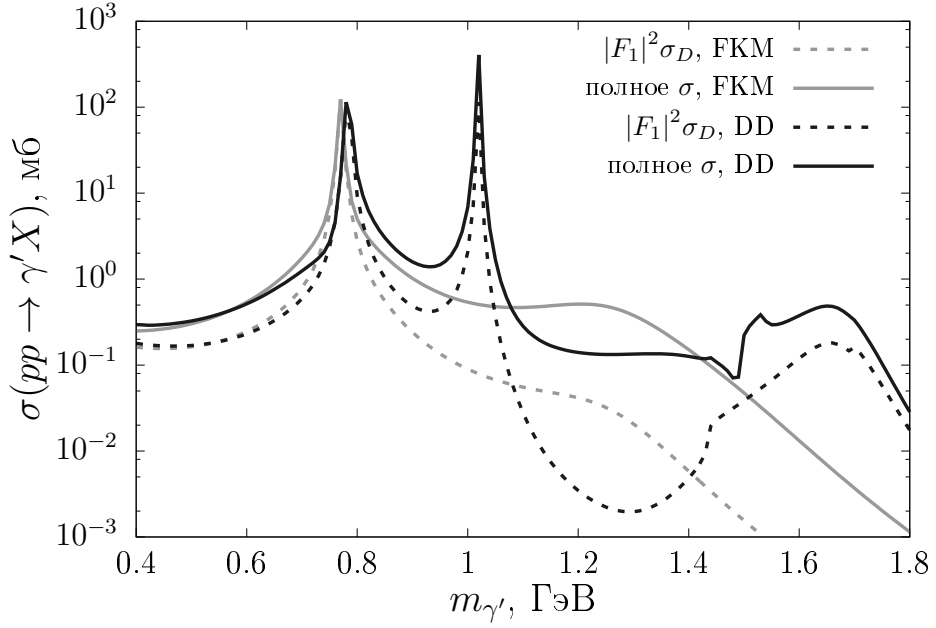


Рис. 9: Полное сечение неупругого тормозного излучения в зависимости от массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$. Сечение, рассчитанное с использованием только формфактора Дирака (63) и фитирования [73], показано серым пунктиром, а тот же расчёт с использованием фитирования [108] — чёрным пунктиром. Сплошной серой линией представлен результат этой работы (71), включающий формфакторы Дирака и Паули из консервативного фитирования [73], сплошная чёрная линия показывает тот же результат, но построенный с использованием фитирования из статьи [108]. Импульс налетающего протона зафиксирован равным $P = 120$ ГэВ, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

Яна при импульсах налетающего протона порядка десятков – сотен ГэВ [52]. Поэтому в данной области масс был учтён только вклад неупругого тормозного излучения протона. Этой приблизительной оценки достаточно для достижения конечной цели диссертации, например, для демонстрации значительных изменений в ожидаемых значениях чувствительности, полученных в результате этой работы (71), (96)–(99) по сравнению с широко распространённым подходом Блюмляйна и Бруннера (13), (66).

В таблице 3 приведены геометрические параметры детекторов T2K, DUNE и SHiP, такие как форма, ширина w (по горизонтальной оси x , перпендикулярной пучку), высота h (по вертикальной оси y , перпендикулярной пучку), глубина d (по оси z , совпадающей с направлением пучка) и расстояние по оси z от точки взаимодействия до ближайшей стороны детектора L_{\min} . Для T2K восстанавливалось положение и геометрия детектора в форме прямоугольного параллелепипеда, как описано в [55]. Для DUNE, в отличие от [112], рассчитыва-

		T2K	DUNE	SHiP
$P, \text{ГэВ}$		30	120	400
Форма детектора		параллелепипед под углом $\Theta_{ND} = 2^\circ$ от направления пучка, рис. 8 в [55]	цилиндр с осью, перпендикулярной направлению пучка, рис. 2.1 в [112]	усечённая пирамида, рис. 1, 4 в [113]
Геометрия детектора	$w, \text{м}$	2.4	5	мин 1.5, макс 5
	$h, \text{м}$	2.4	5 (диаметр)	мин 4.3, макс 11
	$d, \text{м}$	5.8		50
$L_{\min}, \text{м}$		280.1	579	60
$N_{\text{РОТ}}$		$3.7 \cdot 10^{22}$	$1.47 \cdot 10^{22}$	$2 \cdot 10^{20}$
Материал мишени		С (графит)		Мо
Комментарии		эффективность $0.25 \cdot 0.82$	в отличие от [112] мы численно интегрируем по действительному положению цилиндра	импульсное пространство тёмного фотона ограничено, $k_{\perp}^2 + z^2 P^2 + m_{\gamma'}^2 > (2 \text{ГэВ})^2$

Таблица 3: Характеристики детекторов экспериментов T2K, DUNE и SHiP, которые использовались для оценки их чувствительности к видимым распадам тёмных фотонов.

лось число событий для фактического положения цилиндрического детектора, ось которого перпендикулярна направлению пучка. При этом у многоцелевого детектора MPD получается постоянная ширина w и переменная высота над линией пучка в зависимости от расстояния z_{det} от передней части детектора в направлении z ,

$$h(z_{\text{det}}) = 2\sqrt{z_{\text{det}}(d - z_{\text{det}})}. \quad (107)$$

Поскольку распадный объём SHiP имеет форму усечённой пирамиды, в этом случае высота и ширина увеличиваются линейно от минимальных до максимальных значений, указанных в таблице 3.

Радиус окружности, достигаемой тёмными фотонами с заданным импульсом в точке z_{det} , равен

$$r(z, k_{\perp}, z_{\text{det}}) = \frac{k_{\perp}}{zP}(L_{\min} + z_{\text{det}}). \quad (108)$$

Вероятность обнаружения тёмных фотонов зависит от доли тёмных фотонов

$P_\theta(z, k_\perp^2, z_{\text{det}})$ с фиксированным трёхмерным импульсом и положением z_{det} внутри детектора. В случае Т2К использовано соотношение $P_\theta(z, k_\perp^2, z_{\text{det}})$, представленное в [55]. В выражении $P_\theta(z, k_\perp^2, z_{\text{det}})$ для SHiP собраны возможные соотношения длины дуги окружности тёмного фотона с радиусом $r(z, k_\perp, z_{\text{det}})$ (108), которая находится внутри прямоугольного среза распадного объёма SHiP со сторонами $w_d \equiv w(z_{\text{det}})$, $h_d \equiv h(z_{\text{det}})$ и диагональю $\rho_d \equiv \sqrt{w_d^2 + h_d^2}$ на расстоянии z_{det} от ближнего края детектора вдоль оси z ,

$$P_\theta(z, k_\perp^2, z_{\text{det}}) = \begin{cases} 1, & 2r(z, k_\perp, z_{\text{det}}) \leq w_d, \\ 1 - A(w_d), & w_d < 2r(z, k_\perp, z_{\text{det}}) \leq h_d, \\ 1 - A(w_d) - A(h_d), & h_d < 2r(z, k_\perp, z_{\text{det}}) \leq \rho_d, \\ 0, & \rho_d < 2r(z, k_\perp, z_{\text{det}}), \end{cases} \quad (109)$$

где

$$A(l) \equiv \frac{2}{\pi} \arccos \left(\frac{l}{2r(z, k_\perp, z_{\text{det}})} \right). \quad (110)$$

В отличие от распадного объёма SHiP, ширина DUNE MPD больше его высоты для всех значений z_{det} , поэтому в этом случае сначала нужно заменить $w_d \leftrightarrow h_d$ в уравнении (109), а затем использовать постоянное значение $w_d = w$ и переменное значение h_d , определённое в уравнении (107).

Смешивание с фотоном Стандартной модели позволяет тёмному фотону распадаться на пары заряженных лептонов массой m_l или на адроны с шириной распада [18]

$$\Gamma_{\text{lep}}(m_l) = \frac{\alpha_{\text{em}} \epsilon^2}{3} m_{\gamma'} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{m_{\gamma'}^2}} \left(1 + \frac{2m_l^2}{m_{\gamma'}^2} \right), \quad (111)$$

$$\Gamma_{\text{had}} = \Gamma_{\text{lep}}(m_\mu) R(m_{\gamma'}), \quad (112)$$

где R -отношение

$$R(\sqrt{s}) \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} \quad (113)$$

получено из экспериментальных данных [114]. Полная ширина распада определяется следующим образом (возможные распады на невидимые каналы, напри-

мер на более лёгкие частицы из тёмного сектора, игнорировались)

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_{\text{lep}}(m_e) + \Gamma_{\text{lep}}(m_\mu) + \Gamma_{\text{had}}. \quad (114)$$

Распадная длина тёмного фотона, спроецированная на ось, сонаправленную пучку протонов, равна

$$L(z) = \frac{zP}{\Gamma_{\text{tot}}m_{\gamma'}}. \quad (115)$$

Таким образом, вероятность распада тёмного фотона внутри детектора можно получить путём численного интегрирования по срезам объёма детектора в направлении z ,

$$P_{\text{det}}(z, k_\perp^2) = \frac{e^{-\frac{L_{\text{min}}}{L(z)}}}{L(z)} \int_0^d dz_{\text{det}} e^{-\frac{z_{\text{det}}}{L(z)}} P_\theta(z, k_\perp^2, z_{\text{det}}). \quad (116)$$

В эксперименте SHiP для подавления фона при поиске продуктов распада частиц тёмного сектора будут регистрироваться только частицы СМ с величиной импульса больше 1 ГэВ [115]. Поэтому в случае SHiP правая часть дополнительно умножается на функцию Хевисайда, ограничивающую импульс тёмных фотонов $\Theta(k_\perp^2 + z^2P^2 + m_{\gamma'}^2 - (2 \text{ GeV})^2)$.

Следуя [52], для каждого эксперимента светимость оценивается как

$$\mathcal{L} \equiv \frac{N_{\text{прот}}}{\sigma_{\text{inel}}}, \quad (117)$$

где $N_{\text{прот}}$ — число протонов на мишени, указанное в таблице 3, а неупругое сечение взаимодействия протона с ядром [51],

$$\sigma_{\text{inel}} \equiv \frac{A}{\lambda_{\text{int}}\rho N_A}, \quad (118)$$

получается из табличных значений атомной массы A в г моль⁻¹, длины ядерного взаимодействия λ_{int} в см, плотности материала ρ в г см⁻³, которые приведены в [116]. Использовались следующие значения σ_{inel} : 10.7 мб (SHiP, мишень из молибдена) и 19.3 мб (Т2К, DUNE, мишень из графита). Здесь стоит отметить, что полное сечение pp -рассеяния [117, 118], а также сечение поглощения протонов ядрами графита [119, 120] слабо зависят от энергии налетающих протонов в диапазоне от энергии пучка Т2К до энергии пучка DUNE. Поэтому для этих

экспериментов используется одно и то же значение неупругого сечения взаимодействия протона с ядром.

Для нахождения числа событий удобнее интегрировать по полярному углу импульса тёмного фотона θ ,

$$\tan \theta \equiv \frac{k_{\perp}}{zP}, \quad (119)$$

чем по квадрату поперечного импульса тёмного фотона k_{\perp}^2 . Таким образом, для каждого эксперимента приблизительно оцениваются нижний и верхний пределы интегрирования по полярному углу, θ_l и θ_u , соответственно. Нет необходимости делать это точно, поскольку настоящие границы детектора уже учтены в вероятности обнаружения $P_{\text{det}}(z, k_{\perp}^2)$ (116). Якобиан для такой замены переменных выглядит как

$$J(z, \theta) \equiv 2z^2 P^2 \tan \theta (1 + \tan^2 \theta). \quad (120)$$

Объединяя (116), (117) и (120), можно оценить число сигнальных событий

$$N_{\text{ev}} = \mathcal{L} \int_0^1 dz \int_{\theta_l}^{\theta_u} d\theta \left(\mathcal{F}^2 \cdot \frac{d^2 \sigma_0}{dz dk_{\perp}^2} \right) J(z, \theta) P_{\text{det}}(z, k_{\perp}^2(z, \theta)), \quad (121)$$

где точка в скобках обозначает скалярное произведение вектора, образованного из квадратичных комбинаций электромагнитных формфакторов,

$$\mathcal{F}^2 \equiv \{|F_1|^2, |F_2|^2, F_1 F_2^* + F_2 F_1^*\}, \quad (122)$$

и второй производной вектора, состоящего из вспомогательных сечений (101),

$$\sigma_0 \equiv \{\sigma_D, \sigma_P, \sigma_I\}. \quad (123)$$

Кроме того, в случае Т2К общее число событий умножается на коэффициент $0.25 \cdot 0.82$, учитывающий его эффективный объём и эффективность детектора [55].

На рисунке 10 показаны ожидаемые кривые чувствительности Т2К, DUNE и SHiP к видимым распадам тёмных фотонов, соответствующие (в предположении нулевого фона) 3 сигнальным событиям. Если тёмные фотоны не будут обнаружены, области параметров внутри этих кривых будут исключены на 95% уровне достоверности. Для каждого эксперимента сравнивались: чувствитель-

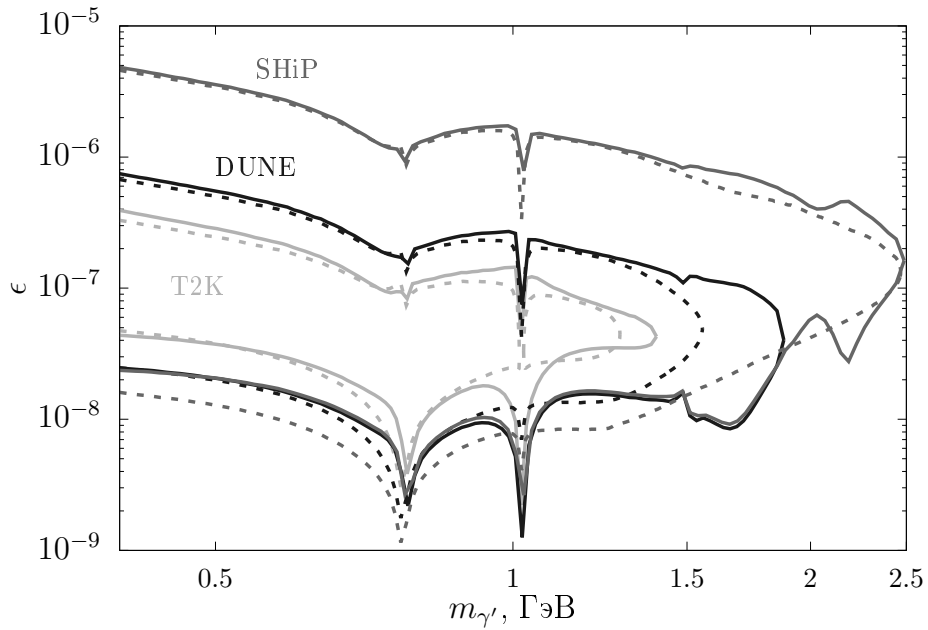


Рис. 10: Ожидаемая чувствительность экспериментов T2K, DUNE и SHiP к видимым распадам тёмных фотонов. Сплошные линии соответствуют результатам этой работы (71), (96) с электромагнитными формфакторами Дирака и Паули [108]. Пунктирными линиями показаны общепринятые оценки чувствительности, основанные на приближении Блюмляйна и Бруннера (13), (66) с использованием подгонки для формфактора Дирака из [73].

ность, основанная на результатах этой работы (71), (96) и полученная с использованием обоих электромагнитных формфакторов из [108], (сплошная линия) с ранее известными оценками чувствительности, представленными в [52, 55, 112], (пунктирная линия), в которых сечения были найдены в рамках приближения Блюмляйна и Бруннера (13), (66) с использованием только формфактора Дирака из [73]. Видно, что включение слагаемых с формфактором Паули значительно расширяет область, доступную для поиска тёмных фотонов, и меняет чувствительность к параметру кинетического смешивания ϵ при заданной массе тёмного фотона $m_{\gamma'}$.

2.6 Обсуждение результатов

Во второй главе данной работы были изучены новые вклады в сечение неупругого тормозного излучения, связанные с формфактором Паули в вершине $pp\gamma'$. Работая в рамках подхода, сформулированного в [60], были получены две новые вспомогательные функции расщепления. Кроме того, были найдены численные приближения для интегрированных вспомогательных сечений в зависимости от

импульса налетающего протона P и массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$. Для того чтобы получить полное сечение рождения, их необходимо умножить на произведения формфакторов и просуммировать. Используя два разных набора протонных электромагнитных формфакторов Дирака и Паули [73, 108], было показано, что новые слагаемые оказывают значительное влияние независимо от выбора подгонки. Также были обновлены оценки экспериментальной чувствительности T2K, DUNE и SHiP к видимым распадам тёмных фотонов и продемонстрировано, что результаты данной работы значительно изменяют области масс тёмных фотонов $m_{\gamma'}$, которые можно исследовать в этих экспериментах.

Стоит отметить, что окончательный результат для полного сечения неупругого тормозного излучения и экспериментальной чувствительности к тёмным фотонам зависит от используемого численного приближения для электромагнитных формфакторов Дирака и Паули. Основная причина такой зависимости состоит в том, что в нефизической области эти формфакторы получаются не в результате прямых измерений, а путём интерполяции формфакторов, измеренных в пространственно-подобной и времени-подобной областях. Тем не менее, чтобы получить надёжные предсказания для сигнала новой физики, очень важно уменьшить существующие неопределённости в значениях электромагнитных формфакторов, например, исследуя их в нефизической области, где квадрат импульса фотона ниже порога протон-антипротон. Это исследование может быть проведено в столкновениях $p\bar{p}$ в эксперименте PANDA [121] ускорительного комплекса FAIR с образованием пар e^+e^- , связанных с пионами [122, 123]. Таким образом, изучение гипотетического тёмного фотона может способствовать исследованию электромагнитных формфакторов в нефизической области в рамках Стандартной модели.

Результат, полученный в данной диссертации, подразумевает изменение прогнозируемой чувствительности не только для T2K, DUNE и SHiP, но и для других экспериментов, в которых тормозное излучение протонов вносит значительный вклад в рождение тёмных фотонов. Поэтому важно обновить существующие кривые чувствительности для экспериментов по поиску видимого распада тёмных фотонов, собранных, например, в [124]. Ещё одним применением уточнённого вычисления данной работы является поиск тяжёлых миллизаряженных частиц в атмосфере, недавно описанный в [125, 126] и проведённый с использованием результата Блюмляйна и Бруннера (13), (66).

В качестве дальнейшего развития этой работы важно оценить вклад виртуального Δ^+ -резонанса в неупругое тормозное излучение протона. Аналогичная поправка к двухфотонному обмену при электрон-протонном рассеянии рассматривалась в [127], но оказалась относительно небольшой. В случае неупругого тормозного излучения протона для Δ^+ -барионов, находящихся практически на массовой поверхности, её вклад может быть усилен.

3 Тормозное излучение пиона в формализме функций расщепления и рождение тёмных фотонов

3.1 Применимость киральной теории к упругому π^-p -рассеянию

До некоторого времени считалось, что существует три основных механизма рождения тёмных фотонов в экспериментах с фиксированной мишенью и налетающим пучком протонов: распад нейтральных мезонов, например $\pi^0(\eta) \rightarrow \gamma'\gamma$, неупругое тормозное излучение протона, $pp \rightarrow \gamma'X$, детально рассмотренное во второй главе данной диссертации, и аналог процесса Дрелла–Яна $q\bar{q} \rightarrow \gamma'$ [128]. Тормозное излучение пиона, как четвертый возможный механизм рождения, впервые был рассмотрен в недавней работе [64].

В частности, в ней утверждается, что в эксперименте SpinQuest, Фермилаб [129], в котором протоны с импульсом $P = 120$ ГэВ ударяют по железной мишени, число событий, потенциально связанных с рождением тёмных фотонов в результате тормозного излучения вторичных пионов, как минимум в несколько раз превышает число событий, связанных с аналогом процесса Дрелла–Яна (см. рис. 5 в [64]). Однако применимость киральной теории возмущений для данной задачи вызывает у автора диссертации вопросы, которые изложены ниже.

В работе [64] тормозное излучение пиона было описано в ведущем порядке в рамках киральной теории для тяжёлых барионов. В данном параграфе для описания упругого π^-p -рассеяния будет использована часть древесного лагранжиана из [64], описывающая взаимодействия протонов p и нейтронов n с фотонами A_μ и заряженными пионами π^\pm

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & -ieA^\mu (\pi^- \partial_\mu \pi^+ - \pi^+ \partial_\mu \pi^-) - eA_\mu \bar{p} \gamma^\mu p \\ & - \frac{g_A}{F\sqrt{2}} (\bar{p} \gamma^\mu \gamma^5 n \partial_\mu \pi^+ + \bar{n} \gamma^\mu \gamma^5 p \partial_\mu \pi^-) \\ & + \frac{i}{4F^2} \bar{p} \gamma^\mu p (\pi^+ \partial_\mu \pi^- - \pi^- \partial_\mu \pi^+), \end{aligned} \quad (124)$$

где аксиальная константа связи $g_A = 1.27$, а константа распада пиона $F =$

93 МэВ. Единственное изменение, которое было внесено в соответствии с несколькими работами, посвященными киральной теории [130, 131, 132], — смена знака в определении $u_\mu \equiv iu^\dagger(\nabla_\mu U)u^\dagger$. Фактически, данная замена меняет знак аксиальной константы связи $g_A \rightarrow -g_A$, но на квадраты матричных элементов на древесном уровне это никак не влияет.

Здесь следует подчеркнуть, что киральная теория — это низкоэнергетическая эффективная теория поля, поэтому на древесном уровне её можно с уверенностью применять только при малых значениях параметра разложения $Q/(4\pi F)$, где Q — характерный масштаб импульса процесса или, например, энергия в системе центра масс [133]. Когда параметр разложения становится сравнимым с 1, как петлевые диаграммы, основанные на киральном лагранжиане в ведущем порядке теории возмущений (LO), так и древесные диаграммы, основанные на лагранжиане киральной теории в следующем за ведущим порядке теории возмущений (NLO), вносят значительный вклад по сравнению с вкладом древесного уровня в LO, поэтому их уже нельзя игнорировать при расчётах.

Более того, даже при более низких значениях импульса $Q \gtrsim 600$ МэВ следует учитывать поправки, вносимые векторными мезонами [134], например, ρ -мезоном. Добавляя его в киральную теорию в качестве динамической степени свободы, можно получить следующие взаимодействия ρ^0 -мезона с заряженными пионами,

$$\mathcal{L}_{\rho\pi\pi} = \frac{ig_{\rho\pi\pi}\sqrt{2}}{F^2} \partial_{[\mu}\rho_{\nu]}^0 \partial^{[\mu}\pi^-\partial^{\nu]}\pi^+, \quad (125)$$

и с протонами

$$\mathcal{L}_{\rho pp} = g_{\rho NN}\bar{p}\gamma^\mu\rho_\mu^0 p, \quad (126)$$

где $g_{\rho\pi\pi} \simeq 0.05$ и $g_{\rho NN} \simeq 2.0$ [134, 135, 136]. Кроме того, хорошо известно, что при Q от 1 ГэВ до 1.2 ГэВ взаимодействие заряженных пионов и протонов с дельта-резонансами оказывает значительное влияние на амплитуды пион-протонного рассеяния [137]. На древесном уровне вклад дельта-резонансов в рассматриваемый процесс можно учесть с помощью лагранжиана

$$\mathcal{L}_{\Delta\pi p} = \frac{g_{\Delta\pi p}}{F} \left(\overline{\Delta_\mu^{++}}\Theta^{\mu\nu}\partial_\nu\pi^+p - \frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\Delta_\mu^0}\Theta^{\mu\nu}\partial_\nu\pi^-p \right) + h.c., \quad (127)$$

где $g_{\Delta\pi p} \simeq 1.25$, $\Theta^{\mu\nu} \equiv g^{\mu\nu} + z_0\gamma^\mu\gamma^\nu$, а $z_0 \simeq -0.22$ [138].

Оценим типичные энергии в системе центра масс для сталкивающихся отрицательно заряженного пиона с четырёхмерным импульсом p_1 и массой m_π и протона с четырёхмерным импульсом p_2 и массой M . Для численной оценки возьмём энергию пиона $P = 50$ ГэВ, что соответствует эксперименту NA64h. Записав четырёхмерные импульсы сталкивающихся частиц в лабораторной системе отсчёта

$$p_1^{\text{lab}} = \{E_1^{\text{lab}}, 0, 0, P\}, \quad p_2^{\text{lab}} = \{M, 0, 0, 0\}, \quad (128)$$

можно найти переменную Мандельштама

$$s = m_\pi^2 + 2E_1^{\text{lab}}M + M^2 \quad (129)$$

и энергии частиц в системе центра масс

$$E_1^{\text{cm}} = \frac{m_\pi^2 + ME_1^{\text{lab}}}{\sqrt{s}} = 4.8 \text{ ГэВ}, \quad E_2^{\text{cm}} = \frac{M^2 + ME_1^{\text{lab}}}{\sqrt{s}} = 4.9 \text{ ГэВ}, \quad (130)$$

которые определённо находятся за пределами применимости киральной теории в ведущем порядке теории возмущений.

И всё же киральная теория была применена в работе [64] для описания процесса тормозного излучения пиона для пионных пучков ещё более высоких энергий. Авторы обосновали её применимость, введя ограничение на модуль квадрата четырёхмерного импульса, переданного протону, $t < (4\pi F)^2$. Эта процедура представляется спорной, поэтому ниже будет изучена применимость результатов, полученных в рамках ведущего порядка киральной теории возмущений для пучков пионов высоких энергий. Чтобы сделать рассуждение как можно более понятным, рассмотрим простой пример упругого рассеяния $\pi^- p$.

Ниже сохранены обозначения для четырёхмерных импульсов входящего пиона p_1 и протона мишени p_2 , а четырёхмерные импульсы выходящего пиона и протона в конечном состоянии обозначены как p_3 и p_4 соответственно. Также введён угол θ между трёхмерными импульсами протона \vec{p}_2^{cm} и \vec{p}_4^{cm} в системе центра масс. Энергия протона в конечном состоянии в лабораторной системе отсчёта находится с помощью преобразования Лоренца

$$E_4^{\text{lab}} = \gamma E_2^{\text{cm}} - \gamma\beta p_1^{\text{cm}} \cos \theta, \quad (131)$$

где $p_1^{\text{cm}} \equiv \sqrt{(E_1^{\text{cm}})^2 - m_\pi^2}$. Параметры преобразования Лоренца, используемые для перехода от лабораторной системы отсчёта к системе отсчёта центра масс, равны

$$\gamma = \frac{M + E_1^{\text{lab}}}{\sqrt{s}}, \quad \gamma\beta = \frac{P}{\sqrt{s}}. \quad (132)$$

Ограничивая сверху энергию, переданную протону,

$$E_4^{\text{lab}} - M \leq 4\pi x F, \quad (133)$$

где x — вспомогательный безразмерный параметр, который может изменяться в диапазоне от 0 до 1, можно получить следующее условие на угол θ , наивно обеспечивающее «применимость» киральной теории так же, как это было сделано в [64],

$$\cos \theta \geq \frac{(M + E_1^{\text{lab}}) E_2^{\text{cm}} - (M + 4\pi x F)\sqrt{s}}{p_1^{\text{cm}} P}. \quad (134)$$

Для пучка пионов в эксперименте NA64h с импульсом $P = 50$ ГэВ численные оценки дают $\cos \theta \geq 0.995$ для $x = 0.1$ и $\cos \theta \geq 0.95$ для $x = 1$.

На рисунке 11 приведены диаграммы Фейнмана для процесса $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$

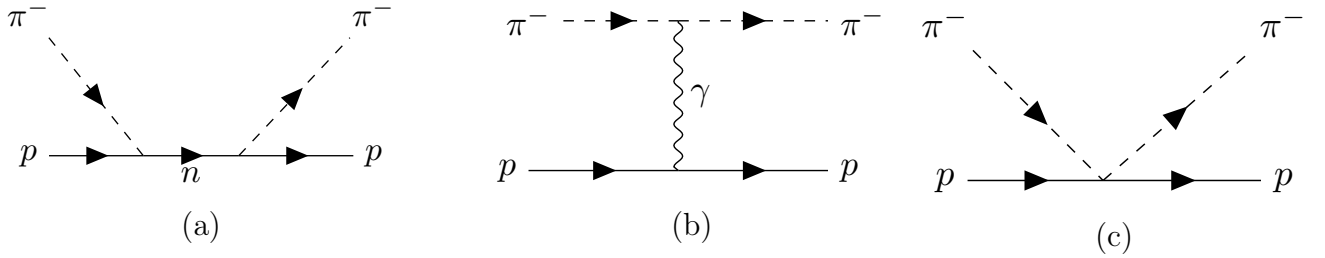


Рис. 11: Диаграммы Фейнмана для упругого $\pi^- p$ -рассеяния в ведущем порядке киральной теории: (a) s -канал, (b) t -канал, (c) 4-точка. Рисунки созданы с помощью пакета TikZ-Feynman [79].

в ведущем порядке киральной теории возмущений. Соответствующие им матричные элементы были найдены и возведены в квадрат с помощью пакета CalcHEP [139]. Было показано, что при упругом $\pi^- p$ -рассеянии диаграмма с обменом фотоном в t -канале вносит незначительный вклад по сравнению с двумя другими диаграммами, как и в процессе тормозного излучения пиона, который изучался в [64]. Это означает, что амплитуды $\pi^- p$ -рассеяния и упругого

тормозного излучения пиона $\pi^- p \rightarrow \pi^- p \gamma'$ не определяются только переменной Мандельштама t , в отличие от классического примера рассеяния электрона на протоне. Таким образом, можно заключить, что для $\pi^- p$ -рассеяния, а также для аналогичного процесса упругого тормозного излучения пионов неверно обосновывать применимость ведущего порядка киральной теории возмущений исключительно малостью квадрата импульса, переданного протону, или, что то же самое, малостью переданной энергии или близостью к нулю угла рассеяния протона.

Кроме приведенных на рис. 11, на древесном уровне существуют дополнительные диаграммы с резонансами, например, рассеяние в s -канале с Δ^0 -барионом (аналог рис. 11a), обмен ρ -мезоном в t -канале (аналог рис. 11b) и $\pi^- p$ -рассеяние в u -канале с Δ^{++} -барионом. На первый взгляд кажется, что для более полного анализа $\pi^- p$ -рассеяния в киральной теории необходимо учесть все эти диаграммы, а также вклады в порядке, следующем за ведущим. Однако при внимательном рассмотрении становится понятно, что для изучения пучков пионов и протонов с энергиями в системе центра масс $E_1^{\text{cm}} \simeq E_2^{\text{cm}} \simeq 5$ ГэВ необходимо учитывать влияние всех возможных резонансов с массой до 5 ГэВ, поскольку без них ответ будет явно неполным. Очевидно, что это невозможно сделать в рамках киральной теории или даже просто аналитически с помощью пертурбативного подхода, поэтому ограничимся вычислением в ведущем порядке теории возмущений только для пионов и нуклонов. Альтернативой киральной теории в задачах об упругом пион-протонном рассеянии и упругом тормозном излучении пиона могла бы выступить теория дифракционных процессов. Возможность её применения кратко прокомментирована в конце параграфа.

На рис. 12 тёмно-серым цветом показано дифференциальное сечение упругого $\pi^- p$ -рассеяния в зависимости от $\cos \theta$, полученное в ведущем порядке киральной теории возмущений с помощью CalcHEP при величине импульса пиона в лабораторной системе отсчёта $P = 50$ ГэВ. Данный процесс при том же импульсе пучка пионов изучался на установке SAS в Фермилабе [140]. В частности, было показано, что угловое распределение дифференциального сечения упругого $\pi^- p$ -рассеяния можно описать с помощью подгонки

$$d\sigma/dt = A e^{B|t|+C|t|^2} \quad (135)$$

с параметрами $A = 31.3$ мбГэВ $^{-2}$, $B = -9.7$ ГэВ $^{-2}$ и $C = 3.1$ ГэВ $^{-4}$. Ис-

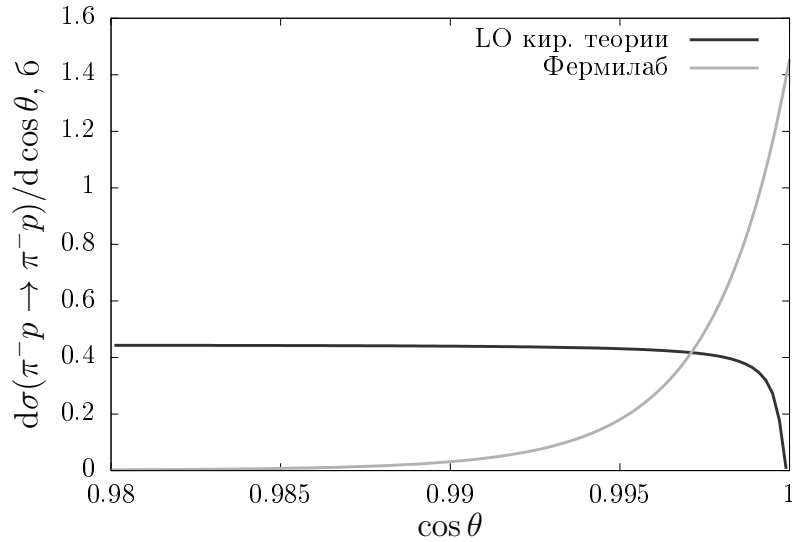


Рис. 12: Дифференциальное сечение упругого рассеяния пионов на протонах $\pi^-p \rightarrow \pi^-p$ в зависимости от $\cos \theta$, где θ — угол рассеяния протона в системе центра масс, импульс налетающего пиона в лабораторной системе отсчёта $P = 50$ ГэВ. Результаты вычисления в ведущем порядке киральной теории возмущений показаны тёмно-серым цветом. Для сравнения светло-серым цветом представлено фитирование экспериментальных данных Фермилаб [140] для пучка пионов с тем же импульсом.

пользованную в нём переменную Мандельштама t можно выразить через импульс налетающего пиона и угол рассеяния в системе центра масс как $t = -2(p_1^{\text{cm}})^2(1 - \cos \theta)$. Используя это соотношение, можно заменить переменные и получить фитирование для дифференциального сечения $d\sigma/d \cos \theta$ по данным Фермилаб, которое показано светло-серым на рис. 12. Из графика на рис. 12 можно сделать вывод, что ведущий порядок киральной теории нельзя применять для описания упругого рассеяния пионов на протонах при энергиях, характерных для NA64h. Кроме того, ограничение $\cos \theta$ никак не улучшает ситуацию.

Таким образом, можно заключить, что использование подобных ограничений для процесса тормозного излучения пиона, который описывается теми же диаграммами, что и на рис. 11, но с добавлением одной исходящей линии тёмного фотона, также вряд ли будет обоснованным, а киральная теория в ведущем порядке просто неприменима при таких энергиях. Следовательно, необходимо искать новые методы расчёта сечения тормозного излучения пиона. В следующем параграфе будет предложен метод, основанный на процедуре факторизации и использовании численных приближений к экспериментальным данным.

Следует отметить, что представленный ниже метод позволяет оценить се-

чение *неупругого* тормозного излучения пиона. Изучение упругого тормозного излучения пиона выходит за рамки данной диссертации, но тем не менее может представлять интерес. Упругое πp -рассеяние ранее было успешно описано в режиме Редже голографической модели КХД [141]. В отличие от киральной теории, учёт обмена померонами и реджеонами позволяет правильно предсказать дифференциальное сечение упругого πp -рассеяния. Похоже, что упругое тормозное излучение пиона также можно рассматривать либо в рамках расширенной голографической модели КХД с добавлением электромагнитного взаимодействия, либо принимая во внимание ненулевую передачу импульса по аналогии с упругим тормозным излучением протона [63].

3.2 Функция расщепления для тормозного излучения пиона

В данном параграфе представлен новый подход к оценке сечения рождения тёмных фотонов в процессе неупругого тормозного излучения пиона, $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$. Во многом он связан с процедурой факторизации, первоначально проделанной Альтарелли и Паризи [67] для партонов. Позже идея факторизации активно использовалась для описания рождения тёмных массивных скаляров и векторов с массами около $\mathcal{O}(1)$ ГэВ в процессе неупругого тормозного излучения протона [60, 61, 62, 142, 143] (см. также краткий обзор ключевых результатов в [144]). Применимость этого метода к излучению в начальном состоянии для тормозного излучения протона была проверена в работе [62] путем сравнения предсказанного сечения с экспериментальными данными по инклюзивному рождению $\rho(770)$ -мезонов в pp -столкновениях.

На рисунке 13 изображена диаграмма Фейнмана для рождения тёмного фотона в процессе неупругого тормозного излучения пиона $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$. С точностью до замены налетающей частицы пучка, она аналогична приведённой на рис. 7 диаграмме Фейнмана для неупругого тормозного излучения протона. Ниже 4-импульсы налетающего пиона, тёмного фотона, протона мишени и промежуточного виртуального пиона будут обозначены как p , k , P_i и $p' \equiv p - k$ соответственно. Таким образом, в лабораторной системе отсчёта, выбрав направление оси z вдоль импульса налетающего пиона, можно получить следую-

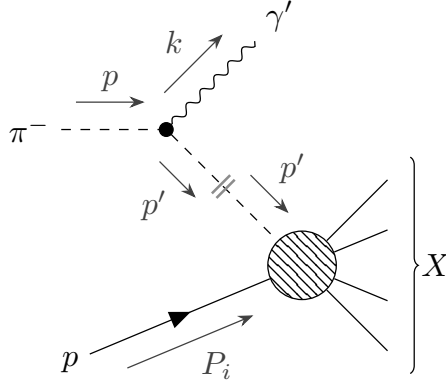


Рис. 13: Диаграмма Фейнмана для рождения тёмных фотонов при неупругом тормозном излучении пиона. Рисунок создан с помощью пакета TikZ-Feynman [79].

щие компоненты четырёхмерного импульса

$$p = \{E_\pi, 0, 0, P\}, \quad (136)$$

$$k = \{E_{\gamma'}, k_\perp \cos \varphi, k_\perp \sin \varphi, zP\}, \quad (137)$$

$$P_i = \{M, 0, 0, 0\}, \quad (138)$$

где z — доля продольной компоненты трёхмерного импульса, которую тёмный фотон получает от налетающего пиона, k_\perp — поперечная часть трёхмерного импульса тёмного фотона, и для пучка пионов высокой энергии можно выразить энергию налетающего пиона как $E_\pi \simeq P + m_\pi^2/(2P)$, а энергию тёмного фотона в виде $E_{\gamma'} \simeq zP + (m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2) / (2zP)$. Далее будет рассмотрен только вклад тёмных фотонов с кинематическими переменными, удовлетворяющими условию

$$\frac{m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2}{z^2 P^2} \leq 0.1. \quad (139)$$

Общая идея представленного вычисления заключается в том, чтобы выделить вклад подпроцесса $\pi^-(p) \rightarrow \gamma'(k)\pi^-(p')$ с помощью так называемой функции расщепления $w_\pi(z, k_\perp^2)$ и связать сечение неупругого тормозного излучения пиона $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$ с сечением неупругого процесса $\pi^- p \rightarrow X$. Поэтому сначала следует сосредоточиться на электромагнитной вершине заряженного пиона $\pi\pi\gamma$. В случае, когда начальный и конечный пионы находятся на массовой поверхности, матричный элемент электромагнитного тока $J_{\text{em}}^\mu = \sum_{q=u,d} Q_q e \bar{q} \gamma^\mu q$

(с зарядом протона e и зарядами кварков $Q_q e$) выглядит как [145]

$$\langle \pi^-(p') | J_{\text{em}}^\mu(0) | \pi^-(p) \rangle = -e F_{\text{em}}^\pi((p' - p)^2)(p + p')^\mu \equiv -e \Gamma_0^\mu, \quad (140)$$

где F_{em}^π — электромагнитный формфактор заряженного пиона, а Γ_0^μ — вершинная функция на массовой поверхности. Если же начальный пион находится на массовой поверхности, $p^2 = m_\pi^2$, а конечный пион — нет, $p'^2 \equiv t \neq m_\pi^2$, то обобщённую вершинную функцию $\Gamma_{1/2}^\mu$, наполовину находящуюся на массовой поверхности, можно выразить с помощью тождества Уорда–Такахаша следующим образом [110, 111, 146]

$$\Gamma_{1/2}^\mu = (p + p')^\mu F_1(Q^2, t) + (p - p')^\mu \frac{(t - m_\pi^2)}{Q^2} (F_1(0, t) - F_1(Q^2, t)), \quad (141)$$

где электромагнитный формфактор пиона F_1 , наполовину находящийся на массовой поверхности, зависит от квадрата переданного импульса $Q^2 \equiv -(p' - p)^2$ и от t . В рассматриваемом случае второе слагаемое не влияет на конечный результат. Действительно, выражение для амплитуды тормозного излучения пиона содержит вектор поляризации тёмного фотона, ортогональный $(p - p')_\mu$, поэтому в вершинной функции остаётся только первое слагаемое.

Следуя логике, использованной в работах по тормозному излучению протона [60, 62, 142, 143], можно ввести феноменологический адронный формфактор вне массовой поверхности [147]

$$F_{\text{virt}} \equiv \frac{\Lambda^4}{\Lambda^4 + H_\pi^2(z, k_\perp^2)/z^2}, \quad (142)$$

зависящий от энергетического масштаба $\Lambda = 1.2 \text{ ГэВ}$ и кинематической комбинации

$$H_\pi \equiv m_\pi^2 z^2 + m_{\gamma'}^2(1 - z) + k_\perp^2.$$

Далее формфактор, наполовину находящийся на массовой поверхности, представляется в виде произведения

$$F_1(Q^2, t) \simeq F_{\text{em}}^\pi((p' - p)^2) F_{\text{virt}}(z, k_\perp^2).$$

В численных оценках, приведенных ниже, используется величина электромагнитного формфактора пиона F_{em}^π , полученная в [145] с использованием данных

ВаВаг [148] и дисперсионных соотношений.

Применяя стандартную диаграммную технику Фейнмана, можно представить амплитуду неупругого тормозного излучения пиона в виде произведения

$$\mathcal{M}_{\pi p \rightarrow \gamma' X}^{r\lambda} = \mathcal{M}_{\pi p \rightarrow X}^r \frac{1}{p'^2 - m_\pi^2} (-\epsilon e) F_{\text{em}}^\pi(m_{\gamma'}^2) F_{\text{virt}}(z, k_\perp^2) (p + p')_\mu (\epsilon^\lambda)^{* \mu}, \quad (143)$$

т.е. выразить её через амплитуду неупругого $\pi^- p$ -рассеяния $\mathcal{M}_{\pi p \rightarrow X}^r$, где r — спинорный индекс протона мишени, а λ — поляризация тёмного фотона ($\lambda \in \{+, -, L\}$).

До сих пор матричные элементы вычислялись в рамках современной диаграммной техники Фейнмана. Как уже было упомянуто, в этой технике 4-импульс сохраняется в каждой вершине, поэтому $p' \equiv p - k$. Важно отметить, что в значительном количестве работ, посвящённых рождению тёмного фотона в процессе тормозного излучения протона, например в [60, 62, 149], а также аналогичному тёмного скаляра [61], используется альтернативная, *упорядоченная по времени* теория возмущений. При этом предполагается, что все частицы в вершинах находятся на массовой поверхности и что в каждой вершине сохраняются трёхмерные импульсы. Для неупругого тормозного излучения пиона эти условия неизбежно приводят к несохранению энергии в вершине $\pi\pi\gamma'$, что делает подход нековариантным. Таким образом, в рамках *квазиреального* подхода [62, 66, 150] компоненты 4-импульса промежуточного пиона равны

$$p' = \{E'_\pi, -k_\perp \cos \varphi, -k_\perp \sin \varphi, (1 - z)P\}, \quad (144)$$

где энергия промежуточного пиона приблизительно равна

$$E'_\pi \simeq (1 - z)P + \frac{m_\pi^2 + k_\perp^2}{2(1 - z)P}. \quad (145)$$

Использованное выше разложение в ряд Тейлора справедливо для процессов с импульсами, удовлетворяющими условию

$$(m_\pi^2 + k_\perp^2) / ((1 - z)^2 P^2) \leq 0.1. \quad (146)$$

Эквивалентным и более удобным способом выразить 4-импульс промежуточного пиона в подходе, где все частицы лежат на массовой поверхности, яв-

ляется введение вспомогательного 4-импульса $\delta \equiv \{\Delta E, \vec{0}\}$. Его единственная ненулевая компонента соответствует несохранению энергии в вершине $\pi\pi\gamma'$, $\Delta E \equiv E'_\pi + E_{\gamma'} - E_\pi \simeq H_\pi / (2z(1-z)P)$, так что $p' = p - k + \delta$ [62]. В последующих вычислениях δ сохраняется. Чтобы воспроизвести результаты в соответствии с современной ковариантной техникой Фейнмана, нужно заменить δ на ноль. Конечно, следует ожидать, что итоговый результат не должен зависеть от выбора диаграммной техники Фейнмана или упорядоченной по времени теории возмущений для проведения вычислений.

В качестве примера можно рассмотреть пропагатор промежуточного пиона. Используя обычную современную ковариантную технику, нетрудно получить, что $(p'^2 - m_\pi^2)^{-1} = -z/H_\pi$. Согласно упорядоченной по времени теории возмущений, существуют две диаграммы, зависящие от временного порядка процессов: (i) либо сначала происходит излучение тёмного фотона $\pi^- \rightarrow \pi^- \gamma'$, а затем неупругое взаимодействие пиона и протона $\pi^- p \rightarrow X$, либо (ii) неупругое излучение положительно заряженного пиона $p \rightarrow \pi^+ X$ с последующей аннигиляцией $\pi^- \pi^+ \rightarrow \gamma'$. В квазиреальном приближении вкладом процесса (ii) можно пренебречь по сравнению с процессом (i), при условии, что $|E_\pi - E_{\gamma'} - E'_\pi| \ll E_\pi + E'_\pi - E_{\gamma'}$, т.е.

$$H_\pi/z \ll (2(1-z)P)^2. \quad (147)$$

Ниже будет проверено, что это условие выполняется в рассматриваемой для численных оценок кинематической области. Вклад диаграммы (i) в «пропагатор» пиона оказывается таким же, как и в современной квантовой теории поля $(2E'_\pi (E_\pi - E_{\gamma'} - E'_\pi))^{-1} \simeq -z/H_\pi$ [61, 62, 66].

Прежде чем получить квадрат матричного элемента из выражения (143), нужно найти вспомогательную величину

$$\mathcal{W} \equiv (2p - k + \delta)_\mu (2p - k + \delta)_\nu \sum_\lambda (\epsilon^\lambda)^{* \mu} (\epsilon^\lambda)^\nu. \quad (148)$$

Для начала имеет смысл рассмотреть наглядный пример безмассового векторного бозона, такого как фотон Стандартной модели, у которого имеются только две поперечные поляризации. Полученный результат можно будет рассматривать как эффективный безмассовый предел $m_{\gamma'} \rightarrow 0$ для тёмного фотона. Согласно классической работе [66], в которой в квазиреальном приближении изучалось тормозное излучение электрона, чтобы получить самосогласованный

ответ, следует выбрать 4-вектора поляризации фотона пространственноподобными, т.е. в виде $(\epsilon^\pm)^\mu = \{0, \vec{\epsilon}^\pm\}$. Тогда сумма по поперечным поляризациям $\Sigma_{\mu\nu}^T \equiv \sum_{\lambda=\pm} (\epsilon^\lambda)^{* \mu} (\epsilon^\lambda)^\nu$ будет ненулевой, только если оба $\mu, \nu \neq 0$. Таким образом, несохранение энергии ΔE *никогда* не повлияет на конечный результат, и не будет иметь значения, используется ли для вычислений техника Фейнмана или нековариантное квазиреальное приближение. Сумму по поперечным поляризациям можно записать как [151, 152]

$$\Sigma_{\mu\nu}^T = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu \bar{k}_\nu + \bar{k}_\mu k_\nu}{k \cdot \bar{k}}, \quad (149)$$

где $k^\mu = \{E_\gamma, \vec{k}\}$, $\bar{k}^\mu = \{E_\gamma, -\vec{k}\}$ и $k^2 = 0$, поскольку рассматривается безмассовая частица. Нетрудно проверить, что $k^\mu \Sigma_{\mu\nu}^T = 0$ и $\Sigma_{0\mu} = \Sigma_{\mu 0} = 0$ для любого μ , поэтому в поперечном безмассовом пределе величина (148) равна

$$\mathcal{W}^T = \frac{4k_\perp^2}{z^2}. \quad (150)$$

Опираясь на проведённое выше вычисление, хотелось бы найти аналогичное выражение для суммы по поляризациям массивных векторных бозонов. Легко проверить, что наивная сумма по поляризациям из учебника по квантовой теории поля, $-g_{\mu\nu} + k_\mu k_\nu / m_{\gamma'}^2$, не удовлетворяет требованию квазиреального приближения к сумме по поляризациям, то есть не обращается в ноль, если μ или ν равны нулю. Кроме того, очевидно, что рождение массивного векторного бозона с чрезвычайно высокой энергией потенциально может привести к нарушению унитарности. Как известно из исследований электрослабого сектора Стандартной модели, унитарность восстанавливается при учёте диаграмм с (тёмным) Хиггсом. Другими словами, вклад голдстоуновской моды в продольную поляризацию векторного бозона в конечном счёте должен частично сокращаться за счёт аналогичного вклада (тёмного) Хиггса, который не был явно учтён в нашем эффективном рассмотрении. Одним из способов восстановления унитарности является поправка Доусон [68], ранее использованная в [62, 149], при применении которой из продольного вектора поляризации ϵ_L^μ вручную вычитается голдстоуновская мода

$$\epsilon_0^\mu \equiv \epsilon_L^\mu - \frac{k^\mu}{m_{\gamma'}} = \frac{m_{\gamma'}}{E_{\gamma'} + |\vec{k}|} \left\{ -1, \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \right\}. \quad (151)$$

Интересно, что продольная компонента тёмного вектора не взаимодействует с сектором Стандартной модели, если электромагнитный ток, участвующий во взаимодействии (2), сохраняется. Таким образом, можно получить исправленную сумму по поляризациям

$$\Sigma^{\mu\nu} \equiv \sum_{\lambda=\pm} (\epsilon_\lambda)^{* \mu} \epsilon_\lambda^\nu + (\epsilon_0)^{* \mu} \epsilon_0^\nu = -g^{\mu\nu} - \frac{k^\mu \epsilon_0^\nu + k^\nu \epsilon_0^\mu}{m_{\gamma'}}. \quad (152)$$

Несмотря на то, что $\Sigma^{0\mu} = \mathcal{O}(H_\pi / (z^2 P^2)) \neq 0$, вклад данной компоненты в конечный результат гораздо меньше, чем вклад компонент $\Sigma^{ij} = \mathcal{O}(1)$. Именно эта иерархия позволяет применять квазиреальное приближение так же, как и в безмассовом случае.

Действительно, разложение (148) по степеням δ принимает вид

$$\mathcal{W} \equiv \mathcal{W}_0 + 2\mathcal{W}_1 + \mathcal{W}_2, \quad (153)$$

$$\mathcal{W}_0 \equiv (2p - k)_\mu (2p - k)_\nu \Sigma^{\mu\nu} = \frac{4H_\pi}{z^2} + m_{\gamma'}^2 - 4m_\pi^2, \quad (154)$$

$$\mathcal{W}_1 \equiv (2p - k)_\mu \delta_\nu \Sigma^{\mu\nu} = \mathcal{O}\left(\frac{H_\pi^2}{z^3 P^2}\right), \quad (155)$$

$$\mathcal{W}_2 \equiv \delta_\mu \delta_\nu \Sigma^{\mu\nu} = \mathcal{O}\left(\frac{H_\pi^3}{z^4 P^4}\right). \quad (156)$$

Поскольку $H_\pi / (zP^2) < H_\pi / (z^2 P^2) \ll 1$, справедливо неравенство $\mathcal{W}_0 \gg \mathcal{W}_1 \gg \mathcal{W}_2$, следовательно, последние два слагаемых в (153), пропорциональные δ_μ и $\delta_\mu \delta_\nu$, можно смело опустить. Таким образом, в ведущем порядке и в квазиреальном приближении, и при использовании современной ковариантной техники Фейнмана получается один и тот же результат

$$\mathcal{W} = \frac{4H_\pi}{z^2} + m_{\gamma'}^2 - 4m_\pi^2. \quad (157)$$

Также можно проверить, что \mathcal{W} переходит в \mathcal{W}_T в безмассовом пределе $m_{\gamma'} \ll k_\perp^2, m_\pi^2$, см. уравнения (150) и (157). Усреднённый квадрат матричного элемента

тормозного излучения пиона имеет вид

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &\equiv \frac{1}{2} \sum_{r,\lambda} |\mathcal{M}_{\pi p \rightarrow \gamma' X}^{r\lambda}|^2 = \\ &= \sum_r |\mathcal{M}_{\pi p \rightarrow X}^r|^2 \frac{\epsilon^2 e^2 z^2}{2H_\pi^2} |F_{\text{em}}^\pi(m_{\gamma'}^2)|^2 F_{\text{virt}}^2(z, k_\perp^2) \mathcal{W}. \end{aligned} \quad (158)$$

Далее следует перейти к факторизации дифференциального сечения неупругого тормозного излучения пиона,

$$d\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X} = \frac{\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle}{4MP} d\Phi_{\gamma' X}, \quad (159)$$

где введено обозначение $d\Phi_{\gamma' X}$ для объёма фазового пространства в процессе инклюзивного рождения тёмного фотона,

$$d\Phi_{\gamma' X} \equiv \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2E_{\gamma'}} \prod_X \frac{d^3p_X}{(2\pi)^3 2E_X} (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p + P_i - k - \sum_X p_X \right). \quad (160)$$

В результате несложных преобразований дифференциальное сечение принимает вид

$$\frac{d^2\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}}{dz dk_\perp^2} = w_\pi(z, k_\perp^2) |F_{\text{em}}^\pi(m_{\gamma'}^2)|^2 F_{\text{virt}}^2(z, k_\perp^2) \sigma_{\pi p \rightarrow X}(\bar{s}). \quad (161)$$

Здесь $w_\pi(z, k_\perp^2)$ — функция расщепления пиона, то есть вероятность испускания тёмного фотона налетающим пионом в подпроцессе $\pi^-(p) \rightarrow \gamma'(k)\pi^-(p')$,

$$w_\pi(z, k_\perp^2) = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}} (1-z)}{4\pi H_\pi} \left(\frac{4}{z} + \frac{z}{H_\pi} (m_{\gamma'}^2 - 4m_\pi^2) \right). \quad (162)$$

Кроме того, в уравнении (161) было выделено явно полное сечение неупругого $\pi^- p$ -рассеяния

$$\sigma_{\pi p \rightarrow X} = \frac{1}{4MP(1-z)} \int \frac{1}{2} \sum_r |\mathcal{M}_{\pi p \rightarrow X}^r|^2 d\Phi_X, \quad (163)$$

проинтегрированное по фазовому объёму всех частиц, возможных в конечном

H_0 , мб	0.2720	$R_1^{\pi p}$, мб	9.56	η_1	0.4473
$P^{\pi p}$, мб	18.75	$R_2^{\pi p}$, мб	1.767	η_2	0.5486

Таблица 4: Параметры подгонки для полного сечения рассеяния пиона на протоне $\sigma^{\pi^- p}(s)$ (166) при $\sqrt{s} \geq 5$ ГэВ [75].

состоянии,

$$d\Phi_X \equiv \prod_X \frac{d^3 p_X}{(2\pi)^3 2E_X} (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p' + P_i - \sum_X p_X \right). \quad (164)$$

Процедура факторизации предполагает, что промежуточный пион с импульсом $p' \equiv p - k$ почти находится на массовой поверхности, что достигается за счёт подавляющего адронного формфактора $F_{\text{virt}}(z, k_\perp^2)$. Таким образом, полное неупругое сечение $\pi^- p$ -рассеяния в (161) берётся при значении переменной Мандельштама s , равном $\bar{s} \equiv (P_i + p - k)^2$, или, более явно,

$$\bar{s} = 2MP(1 - z) + M^2 - \frac{H_\pi}{z} - \frac{M}{zP}(m_{\gamma'}^2 + k_\perp^2). \quad (165)$$

Для численных оценок была использована следующая подгонка полного сечения $\pi^- p$ -рассеяния при $\sqrt{s} \geq 5$ ГэВ [75]

$$\sigma^{\pi^- p}(s) = H_0 \ln^2 \left(\frac{s}{s_M^{\pi p}} \right) + P^{\pi p} + R_1^{\pi p} \left(\frac{s}{s_M^{\pi p}} \right)^{-\eta_1} + R_2^{\pi p} \left(\frac{s}{s_M^{\pi p}} \right)^{-\eta_2}, \quad (166)$$

где $s_M^{\pi p} \equiv (m_\pi + M + M_0)^2$, $M_0 = 2.1206$ ГэВ, а значения всех остальных параметров приведены в таблице 4. Подгонка (166) не работает при $\sqrt{s} < 5$ ГэВ, поэтому в этой области были интерполированы табличные данные PDG по полному сечению для $\pi^- p$ -столкновений [114].

Для представления численных результатов в более удобном виде с точки зрения эксперимента, с помощью соотношений

$$z = \frac{1}{P} \sqrt{\frac{E_{\gamma'}^2 - m_{\gamma'}^2}{1 + \tan^2 \theta}}, \quad (167)$$

$$k_\perp^2 = \frac{E_{\gamma'}^2 - m_{\gamma'}^2}{1 + \cot^2 \theta}, \quad (168)$$

переменные в дифференциальном сечении (161) были заменены на энергию тем-

ного фотона $E_{\gamma'}$ и угол $\theta \equiv \arctan(k_{\perp}/(zP))$, который трёхмерный импульс тёмного фотона составляет с осью z . Соответствующий якобиан перехода равен

$$J(E_{\gamma'}, \theta) \equiv \frac{2E_{\gamma'}}{P} \sqrt{E_{\gamma'}^2 - m_{\gamma'}^2} \sin \theta. \quad (169)$$

Объединяя выражения (161) и (169), были получены спектры тёмных фотонов, рождаемых при неупругом тормозном излучении пиона,

$$\frac{d\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}}{dE_{\gamma'}} = \int_0^{\pi/2} \frac{d^2\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}}{dz dk_{\perp}^2} H_{\text{int}}(z, k_{\perp}^2) \Big|_{\substack{z=z(E_{\gamma'}, \theta), \\ k_{\perp}=k_{\perp}(E_{\gamma'}, \theta)}} J(E_{\gamma'}, \theta) d\theta. \quad (170)$$

Для того, чтобы удовлетворить условиям (139), (146), (147), область интегрирования спектра в (170) ограничена произведением функций Хевисайда $\Theta(x)$,

$$H_{\text{int}}(z, k_{\perp}^2) \equiv H_1(z, k_{\perp}^2) H_2(z, k_{\perp}^2) H_3(z, k_{\perp}^2), \quad (171)$$

$$H_1(z, k_{\perp}^2) \equiv \Theta\left(0, 1 - \frac{m_{\gamma'}^2 + k_{\perp}^2}{z^2 P^2}\right), \quad (172)$$

$$H_2(z, k_{\perp}^2) \equiv \Theta\left(0.1 - \frac{m_{\pi}^2 + k_{\perp}^2}{(1-z)^2 P^2}\right), \quad (173)$$

$$H_3(z, k_{\perp}^2) \equiv \Theta\left(0.1 - \frac{H_{\pi}}{4z(1-z)^2 P^2}\right). \quad (174)$$

В предположении, что детектор имеет геометрию, аналогичную эксперименту NA64h, в спектр (170) включены все тёмные фотоны, рождаемые вперёд. На рисунке 14а показаны спектры тёмных фотонов различных масс $m_{\gamma'}$, рождающихся в процессе неупругого тормозного излучения пиона в эксперименте NA64h для пионного пучка с энергией $P = 50$ ГэВ. Интересной особенностью полученных спектров является значительный вклад тёмных фотонов высоких энергий, продукты распада которых гораздо легче обнаружить. Поэтому поиск тёмных фотонов с массой 0.4–1.2 ГэВ в эксперименте NA64h с пучком отрицательно заряженных пионов выглядит довольно перспективным.

Также стоит обсудить рождение тёмных фотонов в процессе тормозного излучения пиона в экспериментах с протонными пучками, таких как T2K, DUNE и SHiP, где вторичные пионы образуются в мишени и защите. Строго говоря, для описания рождения вторичных пионов в этих экспериментах требуется моделирование. Для упрощённых оценок была произведена интерполяция ве-

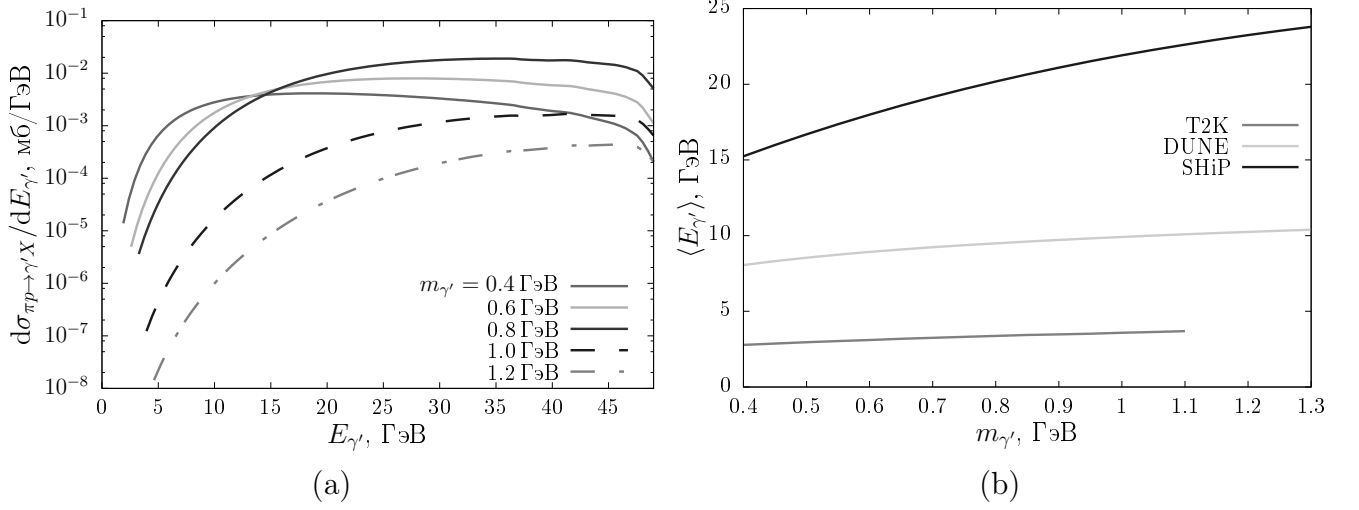


Рис. 14: (a) Дифференциальное сечение неупругого тормозного излучения пиона (170) для различных значений массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$ как функция энергии темного фотона $E_{\gamma'}$. Импульс налетающего пиона $P = 50 \text{ ГэВ}$ соответствует эксперименту NA64h, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$. (b) Средняя энергия тёмных фотонов (177), рождаемых в процессе неупругого тормозного излучения пиона, в зависимости от массы тёмного фотона для импульсов вторичных пионов (175), характерных для экспериментов T2K, DUNE и SHiP. Подробнее см. в основном тексте.

личины множественности рождения заряженных пионов $\langle \pi_{\text{ch}}(P_j) \rangle$, полученной для различных значений импульса пучка протонов P_j в пузырьковых камерах [153, 154] и на коллайдере CERN ISR [155]. Результаты интерполяции для множественности заряженных пионов $\langle \pi_{\text{ch}}(P) \rangle$ при значениях импульса P , соответствующих протонным пучкам J-PARC, Fermilab и CERN SPS, приведены в таблице 5. Используя множественности заряженных пионов, можно выразить эффективный средний импульс вторичных пионов

$$P_{\text{eff}} \equiv \frac{2P}{3 \langle \pi_{\text{ch}}(P) \rangle}, \quad (175)$$

где предполагается, что нейтральные пионы образуются со множественностью $\langle \pi_0(P) \rangle \simeq \langle \pi_{\text{ch}}(P) \rangle / 2$ (её измерения в глубоко неупругом рассеянии проводились в эксперименте HERMES, см. [156]). Для простоты предполагается, что большинство вторичных пионов рождаются с импульсами, направленными вдоль исходного пучка протонов. Для каждого эксперимента оценивается наименьший θ_l и наибольший θ_u углы между импульсом протона и осью z , при которых тёмный фотон сможет достичь детектора, исходя из размеров детек-

	$P, \text{ГэВ}$	$\langle \pi_{\text{ch}}(P) \rangle$	θ_l	θ_u
T2K	30	4.5	0.030	0.040
DUNE	120	6.6	0	0.0061
SHiP	400	8.8	0	0.055

Таблица 5: Множественности рождения заряженных пионов $\langle \pi_{\text{ch}}(P) \rangle$ при импульсах пучка протонов P , соответствующих экспериментам T2K, DUNE и SHiP, полученные путем интерполяции результатов исследований, выполнявшихся с помощью пузырьковых камер и на коллайдере CERN ISR [153, 154, 155], а также предельные углы θ_l и θ_u между импульсом тёмного фотона и осью z , при которых он может достичь детекторов перечисленных экспериментов.

торов, представленных в таблице 2 работы [143]. Их численные значения приведены в таблице 5. Далее для того, чтобы получить спектр тёмных фотонов $d\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}/dE_{\gamma'}$, так же как и в (170), дифференциальное сечение интегрируется по углу от θ_l до θ_u . Это позволяет оценить полное сечение рождения тёмных фотонов в процессе неупругого тормозного излучения пиона

$$\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X} = \int_{m_{\gamma'}}^{P_{\text{eff}}} \frac{d\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}}{dE_{\gamma'}} dE_{\gamma'} \quad (176)$$

и среднюю энергию тёмных фотонов

$$\langle E_{\gamma'} \rangle = \frac{1}{\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}} \int_{m_{\gamma'}}^{P_{\text{eff}}} E_{\gamma'} \frac{d\sigma_{\pi p \rightarrow \gamma' X}}{dE_{\gamma'}} dE_{\gamma'} \quad (177)$$

для вторичных пионов. На рисунке 14b показана зависимость средней энергии тёмного фотона $\langle E_{\gamma'} \rangle$ от его массы $m_{\gamma'}$ для экспериментов T2K, DUNE и SHiP. Линия, соответствующая эксперименту T2K, заканчивается при массе тёмного фотона $m_{\gamma'}$ около 1.1 ГэВ, поскольку для более тяжёлых тёмных фотонов невозможно одновременно выполнить условия (172)–(174), то есть в квазиреальном приближении нельзя описать процесс тормозного излучения пиона.

Наконец, на рис. 15 тёмно-серой сплошной линией показана зависимость полного сечения неупругого тормозного излучения пиона от массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$ для пучка пионов в эксперименте NA64h с энергией $P = 50$ ГэВ. Из-за особенностей электромагнитного формфактора пиона $F_{\text{em}}^{\pi}(m_{\gamma'}^2)$ в сечении появляются пик и провал. Согласно модели Гунариса–Сакураи [157], пик вызван возможным смешиванием фотонов с резонансом $\rho(770)$, а провал —

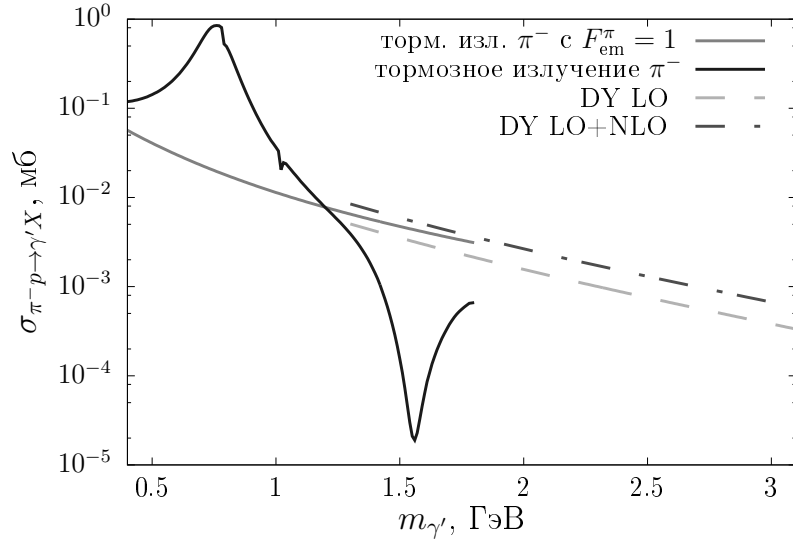


Рис. 15: Сплошными линиями показаны зависимости полного неупругого сечения тормозного излучения пиона (176) от массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$. Тёмно-серая сплошная линия соответствует сечению, найденному с учётом электромагнитного формфактора пионов $F_{\text{em}}^{\pi}(m_{\gamma'}^2)$ [145], а светло-серая сплошная линия — графику той же величины с электромагнитным формфактором, положенным равным единице. Штрихом изображено полное сечение рождения тёмных фотонов в аналоге процесса Дрелла–Яна в реакции $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$, рассчитанное в рамках пертурбативной КХД. Светло-серой штрихованной линией показан результат в ведущем порядке, а тёмно-серым штрихпунктиром — сумма сечений в ведущем (LO) и в следующем за ведущим (NLO) порядках теории возмущений. Во всех случаях оценки производились для отрицательно заряженного пучка пионов в эксперименте NA64h с $P = 50$ ГэВ и для значения параметра кинетического смешивания $\epsilon = 1$.

деструктивной интерференцией вкладов резонансов $\rho'(1450)$ и $\rho''(1700)$. Для сравнения, светло-серая сплошная линия на рис. 15 показывает полное сечение тормозного излучения пиона с единичным электромагнитным формфактором пиона. Штрихованными линиями на том же рисунке показаны результаты, полученные в рамках пертурбативной КХД для аналога процесса Дрелла–Яна в пион-протонных столкновениях, который будет обсуждаться ниже в параграфе 3.3. Таким образом, в экспериментах с пучком пионов с энергией порядка единиц – десятков ГэВ и фиксированной мишенью неупругое тормозное излучение пиона вносит значительный вклад в рождение тёмных фотонов с массой 0.4–1.2 ГэВ.

3.3 Аналог процесса Дрелла–Яна с тёмным фотоном в пертурбативной КХД

Ниже будет рассмотрено рождение тёмного фотона в конкурирующем процессе, т.н. аналоге процесса Дрелла–Яна в рамках пертурбативной КХД. В ведущем порядке (ЛО) по константе сильного взаимодействия α_s на уровне партонів этот процесс представляет собой аннигиляцию кварка и антикварка с последующим распадом тёмного фотона $q\bar{q} \rightarrow \gamma' \rightarrow e^+e^-$.

Чтобы сравнить полученные результаты с сечением рождения тёмных фотонов в процессе неупругого тормозного излучения пиона (161), нужно получить аналогичное сечение в рамках КХД. Например, в ведущем порядке по константе сильного взаимодействия на уровне партонів в приближении узкого резонанса оно равно

$$\sigma_{q\bar{q} \rightarrow \gamma'} = \sigma_{q\bar{q} \rightarrow \gamma' \rightarrow e^+e^-} \frac{\Gamma_{\text{tot}}}{\Gamma_{\text{lep}}(m_e)}, \quad (178)$$

где Γ_{tot} — полная ширина распада тёмного фотона, включающая в себя распады на пары заряженных частиц Стандартной модели: электронов, мюонов, τ -лептонов и адронов,

$$\Gamma_{\text{tot}} = \Gamma_{\text{lep}}(m_e) + \Gamma_{\text{lep}}(m_\mu) + \Gamma_{\text{lep}}(m_\tau) + \Gamma_{\text{had}}, \quad (179)$$

где ширина распада тёмного фотона на пару заряженных лептона и антилеп-

тона с массой m_l

$$\Gamma_{\text{lep}}(m_l) = \frac{\epsilon^2 \alpha_{\text{em}}}{3} m_{\gamma'} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{m_{\gamma'}^2}} \left(1 + \frac{2m_l^2}{m_{\gamma'}^2} \right), \quad (180)$$

а ширина распада тёмного фотона в адроны определяется R -отношением, измеряемым экспериментально [114],

$$\Gamma_{\text{had}} = \Gamma_{\text{lep}}(m_\mu) R(m_{\gamma'}). \quad (181)$$

Сечение процесса Дрелла–Яна традиционно рассматривают как функцию двух лоренц-инвариантных переменных: M_{ee}^2 , которая представляет собой квадрат инвариантной массы e^+e^- -пары в конечном состоянии, и переменной Фейнмана $x_F \equiv x_1 - x_2$, где x_1 и x_2 — доли импульса сталкивающихся партонов в координатах светового конуса [158]. В ведущем порядке эти доли импульса связаны законами сохранения энергии и импульса, согласно которым $x_1 x_2 = M_{ee}^2/s \equiv \tau$. Таким образом, доли импульса в ведущем порядке можно легко выразить через переменные M_{ee}^2 и x_F следующим образом

$$x_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{x_F^2 + 4\tau} \pm x_F \right). \quad (182)$$

В последующих вычислениях x_1 ассоциируется с партоном отрицательно заряженного пиона, а x_2 — с партоном протона-мишени.

Далее стандартное выражение для сечения процесса Дрелла–Яна [158] модифицируется с помощью замены множителя $1/M_{ee}^4$, возникающего из квадрата бесмассового пропагатора для фотона Стандартной модели, на квадрат модуля пропагатора Брейта–Вигнера для тёмного фотона

$$|\mathcal{P}_{\text{BW}}|^2 = \frac{1}{(M_{ee}^2 - m_{\gamma'}^2)^2 + m_{\gamma'}^2 \Gamma_{\text{tot}}^2}. \quad (183)$$

В ведущем порядке это приводит к следующему дифференциальному сечению

для аналога процесса Дрелла–Яна с тёмным фотоном

$$\begin{aligned} \frac{d^2\sigma_{\text{LO}}}{dM_{ee}^2 dx_F} &= \frac{4\pi\alpha_{\text{em}}^2}{9} \frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} |\mathcal{P}_{\text{BW}}|^2 \times \\ &\times \sum_{f=u,d} e_f^2 (q_f(x_1, M_{ee}^2) \bar{q}_f(x_2, M_{ee}^2) + \bar{q}_f(x_1, M_{ee}^2) q_f(x_2, M_{ee}^2)), \end{aligned} \quad (184)$$

где e_f — электрический заряд кварка, $q_f(x_i, M_{ee}^2)$ и $\bar{q}_f(x_i, M_{ee}^2)$ — функции распределения кварков и антикварков, вычисленные для доли импульса x_i при масштабе факторизации M_{ee}^2 . Аналогичным образом, заменяя квадрат пропагатора фотона СМ на (183), модифицируется NLO-поправка к сечению аналога процесса Дрелла–Яна в $\overline{\text{MS}}$ -схеме [158, 159, 160, 161].

Итоговое дифференциальное сечение аналога процесса Дрелла–Яна с тёмным фотоном представляет собой сумму вкладов в ведущем и следующем за ведущим порядках

$$\frac{d^2\sigma_{\text{DY}}}{dM_{ee}^2 dx_F} = \frac{d^2\sigma_{\text{LO}}}{dM_{ee}^2 dx_F} + \frac{d^2\sigma_{\text{NLO}}}{dM_{ee}^2 dx_F}. \quad (185)$$

Чтобы получить полное сечение аналога процесса Дрелла–Яна, нужно проинтегрировать его по квадрату инвариантной массы e^+e^- -пары M_{ee}^2 и по переменной Фейнмана x_F

$$\sigma_{\text{DY}} = \int_{M_-^2}^{M_+^2} dM_{ee}^2 \int_{-1+\tau}^{1-\tau} dx_F \frac{d^2\sigma_{\text{DY}}}{dM_{ee}^2 dx_F}, \quad (186)$$

где пределы интегрирования по M_{ee}^2 равны $M_{\pm}^2 = m_{\gamma'}^2 \pm 3m_{\gamma'}\Gamma_{\text{tot}}$. Наконец, в приближении узкого резонанса (178) из сечения аналога процесса Дрелла–Яна (186) можно найти сечение рождения тёмного фотона $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$. Численные оценки выполнялись с помощью программной библиотеки LHAPDF [162] и набора функций распределения партонов JAM21PionPDFnlo [163] для заряженного пиона и наборов CT14lo, CT14nlo [164] для протона.

Сравнение результатов, полученных в параграфе 3.2, с результатом для аналога процесса Дрелла–Яна проведено на рис. 15. Полные сечения неупругого процесса рождения тёмных фотонов в $\pi^- p$ -столкновениях показаны сплошными (тормозное излучение пиона, подробнее см. в параграфе 3.2) и штрихованными линиями (конкурирующий процесс КХД). Светло-серой штрихованной линией изображено полное сечение рождения тёмных фотонов, вычисленное в

ведущем порядке по константе сильного взаимодействия α_s для пучка отрицательно заряженных пионов с импульсом $P = 50 \text{ ГэВ}$, который используется в эксперименте NA64h. Тёмно-серая штрихпунктирная линия на том же рисунке соответствует сумме вкладов ведущего и следующего за ведущим порядков в то же сечение. Из рисунка наглядно видно, что при массе тёмного фотона $m_{\gamma'}$, превышающей 1.2 ГэВ , аналог процесса Дрелла–Яна вносит основной вклад в рождение тёмных фотонов.

Далее интересно изучить распределение по энергии тёмных фотонов, рождаемых в аналоге процесса Дрелла–Яна. Доли импульса выражаются в терминах импульсов адронов, используя их определение [165]

$$x_1 \equiv \frac{M_{ee}^2}{2(p \cdot k)}, \quad x_2 \equiv \frac{M_{ee}^2}{2(P_i \cdot k)}. \quad (187)$$

Отсюда можно найти переменную Фейнмана как функцию квадрата инвариантной массы M_{ee}^2 , энергии тёмного фотона $E_{\gamma'}$ и квадрата поперечного импульса тёмного фотона k_{\perp}^2 ,

$$x_F(M_{ee}^2, E_{\gamma'}, k_{\perp}^2) = \frac{M_{ee}^2}{2E_{\pi} \left(E_{\gamma'} - \sqrt{E_{\gamma'}^2 - M_{ee}^2 - k_{\perp}^2} \right)} - \frac{M_{ee}^2}{2ME_{\gamma'}}. \quad (188)$$

Чтобы перейти к распределению по энергии тёмных фотонов, нужно заменить переменную Фейнмана x_F на энергию тёмного фотона $E_{\gamma'}$ с якобианом

$$\frac{\partial x_F}{\partial E_{\gamma'}} = \frac{M_{ee}^2}{2E_{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E_{\gamma'}^2 - M_{ee}^2 - k_{\perp}^2} \left(E_{\gamma'} - \sqrt{E_{\gamma'}^2 - M_{ee}^2 - k_{\perp}^2} \right)} + \frac{M_{ee}^2}{2ME_{\gamma'}^2}. \quad (189)$$

Стоит отметить, что выражения (188), (189) явно зависят от квадрата поперечного импульса k_{\perp}^2 тёмного фотона или, что то же самое, пары лептонов в конечном состоянии. Для процесса Дрелла–Яна в СМ $\pi^- N \rightarrow \mu^+ \mu^- X$ среднее абсолютное значение поперечного импульса $\langle k_{\perp} \rangle$ было измерено в экспериментах OMEGA, E537, NA3 и CIP при различных энергиях в системе центра масс \sqrt{s} . Чтобы оценить величину $\langle k_{\perp} \rangle$ для целей данной диссертации, удобно использовать численную подгонку [166]

$$\langle k_{\perp} \rangle = 0.48 \text{ ГэВ} + 0.034 \sqrt{s}. \quad (190)$$

Кроме того, экспериментально измеренное распределение дифференциального сечения процесса Дрелла–Яна по квадрату поперечного импульса пары лептонов k_{\perp}^2 при фиксированных значениях переменных M_{ee}^2 и x_F имеет следующий вид (см. раздел 27.3 в [165])

$$\frac{d^3\sigma_{DY}}{dM_{ee}^2 dx_F dk_{\perp}^2} = a \left(1 + \frac{k_{\perp}^2}{b^2}\right)^{-6}, \quad (191)$$

где нормировочный множитель a можно восстановить с помощью дифференциального сечения процесса Дрелла–Яна аналогичного (185),

$$a = \frac{d^2\sigma_{DY}}{dM_{ee}^2 dx_F} \cdot \frac{5}{b^2}. \quad (192)$$

Вычислив среднее абсолютное значение поперечного импульса тёмного фотона $\langle k_{\perp} \rangle$ по распределению (191), можно восстановить значение второго параметра

$$b = \frac{256}{35\pi} \langle k_{\perp} \rangle. \quad (193)$$

Объединив уравнения (189)–(193), можно получить энергетический спектр тёмных фотонов путём интегрирования по квадрату инвариантной массы лептонной пары M_{ee}^2 и по квадрату поперечного импульса тёмного фотона k_{\perp}^2

$$\frac{d\sigma_{DY}}{dE_{\gamma'}} = \int_{M_-^2}^{M_+^2} dM_{ee}^2 \int_0^{b^2} dk_{\perp}^2 \left| \frac{\partial x_F}{\partial E_{\gamma'}} \right| \frac{d^2\sigma_{DY}}{dM_{ee}^2 dx_F} \frac{5}{b^2} \left(1 + \frac{k_{\perp}^2}{b^2}\right)^{-6}. \quad (194)$$

На рисунке 16а показана зависимость дифференциального сечения (194), делённого на относительную ширину распада тёмного фотона на e^+e^- -пару в приближении узкого резонанса (178), от энергии тёмного фотона $E_{\gamma'}$ для масс тёмных фотонов $m_{\gamma'}$ в интервале 1.5–3.5 ГэВ и для импульса налетающего пиона $P = 50$ ГэВ. В отличие от неупругого тормозного излучения, в этом случае максимум спектра тёмных фотонов находится при энергиях $E_{\gamma'}$ ниже $P/2$.

Эта особенность важна для установки NA64h, где потерянная энергия используется в качестве основной сигнатуры новых частиц. Потенциально она может быть использована в экспериментах по поиску распадов новых векторных частиц. В моделях с массой векторной частицы около 1.2 ГэВ оба механизма вносят примерно одинаковый вклад в рождение вектора. Интересно, что их

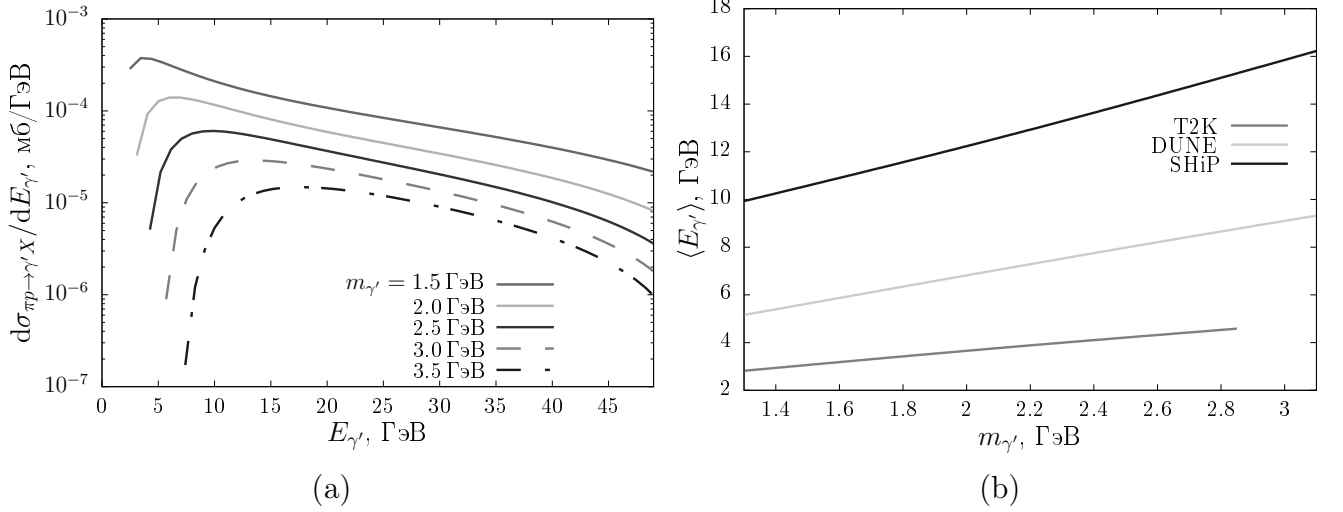


Рис. 16: (а) Дифференциальное сечение (194) рождения тёмных фотонов в аналоге процесса Дрелла–Яна в приближении узкого резонанса (178) для масс тёмных фотонов $m_{\gamma'}$, указанных на рисунке, как функция энергии тёмного фотона $E_{\gamma'}$. Импульс налетающего пиона $P = 50$ ГэВ соответствует эксперименту NA64h, параметр кинетического смешивания $\epsilon = 1$. (б) Зависимость средней энергии тёмных фотонов (195), образующихся в аналоге процесса Дрелла–Яна, от массы тёмного фотона для импульсов налетающих вторичных пионов (175), характерных для экспериментов T2K, DUNE и SHiP, подробнее см. в основном тексте.

можно было бы различить, измерив среднюю энергию сигнальных событий.

Похоже, что для тёмного фотона с известной энергией и значением массы $m_{\gamma'}$ около 1.2 ГэВ, при которой потенциально могут происходить как тормозное излучение пиона, так и аналог процесса Дрелла–Яна (см. рис. 15), данные качественные различия позволяют определить наиболее вероятный механизм рождения.

Кроме того, чтобы охарактеризовать рождение тёмных фотонов из вторичных пионов с импульсом P_{eff} , можно рассчитать энергию тёмных фотонов, усреднённую по распределению (194),

$$\langle E_{\gamma'} \rangle = \frac{1}{\sigma_{\text{DY}}} \int_{m_{\gamma'}}^{P_{\text{eff}}} E_{\gamma'} \frac{d\sigma_{\text{DY}}}{dE_{\gamma'}} dE_{\gamma'}. \quad (195)$$

Зависимость средних энергий тёмных фотонов, рождаемых в аналоге процесса Дрелла–Яна вторичными пионами с эффективными импульсами (175) в экспериментах T2K, DUNE и SHiP, от массы тёмного фотона $m_{\gamma'}$ представлена на рисунке 16b.

3.4 Обсуждение результатов

Подводя итог, можно сказать, что был подробно изучен процесс рождения тёмных фотонов при столкновениях отрицательно заряженных пионов с протонами $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$. Продемонстрирована неприменимость ведущего порядка киральной теории возмущений, изначально использованной для решения этой задачи в [64], для масс тёмного фотона $m_{\gamma'}$ равных $\mathcal{O}(1)$ ГэВ и импульса пионного пучка $P \sim 50$ ГэВ, как в эксперименте NA64h. Несмотря на это, ожидается, что упругое тормозное излучение пиона всё же можно описать с помощью методов дифракционной физики, например в режиме Редже голографической модели КХД [141]. Был предложен альтернативный способ оценки сечения неупругого тормозного излучения пиона $\pi^- p \rightarrow \gamma' X$ с использованием процедуры факторизации (161) и выведена новая функция расщепления $w_\pi(z, k_\perp^2)$ для заряженного пиона (96). Кроме того, рассмотрен конкурирующий пертурбативный процесс КХД, аналог процесса Дрелла–Яна, в котором один из партонa содержится в π^- , а другой — в p , и проведена численная оценка его сечения как в ведущем порядке, так и в следующем за ведущим.

Сравнение полных сечений для пучка отрицательно заряженных пионов с импульсом $P = 50$ ГэВ, соответствующим эксперименту NA64h (см. рис. 15), показывает, что из-за усиления электромагнитным формфактором пиона основной вклад в рождение тёмных фотонов с массой $m_{\gamma'} = 0.4\text{--}1.2$ ГэВ вносит неупругое тормозное излучение пиона. Однако при $m_{\gamma'} = 1.2\text{--}3.5$ ГэВ преобладает вклад аналога процесса Дрелла–Яна. Следует напомнить, что в более раннем исследовании [64] рассматривался только аналог процесса Дрелла–Яна, в котором оба партонa происходили из протонов, и был сделан вывод, что в эксперименте SpinQuest его вклад подавлен по сравнению с тормозным излучением пиона (оцененным с использованием киральной теории в ведущем порядке за пределами её применимости). В будущих исследованиях следует пересмотреть чувствительность данного эксперимента, а также его преемника DarkQuest к тёмным фотонам.

Наконец, были изучены распределения по энергии тёмных фотонов, рождаемых как в неупругом тормозном излучении пиона (170), так и в аналоге процесса Дрелла–Яна (194). Можно сделать вывод, что заметная доля тёмных фотонов высоких энергий, рождаемых в процессе тормозного излучения пиона, позволяет обнаружить их (если они вообще образуются) в эксперименте NA64h.

Также были оценены средние энергии (177), (195) тёмных фотонов, образующихся из вторичных пионов с импульсами, типичными для экспериментов T2K, DUNE и SHiP, в диапазоне масс $m_{\gamma'} = 0.4\text{--}3.5\text{ ГэВ}$, поскольку тормозное излучение пиона также является новым механизмом рождения тёмных фотонов в экспериментах с протонным пучком.

Заключение

Диссертация посвящена изучению рождения тёмных фотонов массой $\mathcal{O}(1)$ ГэВ в экспериментах с фиксированной мишенью в процессах упругого и неупругого тормозного излучения протона, а также неупругого тормозного излучения пиона.

В частности, в первой главе сечение упругого тормозного излучения протона было найдено аналитически, явно учитывая ненулевой переданный импульс между протонами. С его помощью была показана применимость приближения Вайцеккера–Вильямса к протонным пучкам с точностью 3–9%.

Во второй главе диссертации в квазиреальном приближении были найдены новые вклады в сечение неупругого тормозного излучения протона, связанные с учётом электромагнитного формфактора Паули. Резонансное усиление при массе тёмного фотона, близкой к массам векторных мезонов, делает найденные поправки к сечению сопоставимыми по величине, а иногда и превышающими исходную оценку вклада в сечение от электромагнитного формфактора Дирака.

Третья глава диссертации посвящена относительно новому каналу рождения тёмного фотона — тормозному излучению пиона. Для пионов с энергиями, соответствующими эксперименту NA64h, была показана неприменимость ранее опубликованных оценок в ведущем порядке киральной теории возмущений. Были получены альтернативные оценки для сечения неупругого тормозного излучения пиона в квазиреальном приближении и для сечения аналога процесса Дрелла–Яна в рамках пертурбативной КХД.

Результаты, полученные в диссертации, играют важную роль для оценок чувствительности экспериментов с протонными и пионными пучками к тёмным фотонам.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность Дмитрию Сергеевичу Горбунову за многолетнее научное руководство, неизменную поддержку, плодотворные обсуждения и интересные задачи.

Автор признательна своим преподавателям и наставникам: Валерию Анатольевичу Рубакову, Сергею Владимировичу Демидову, Сергею Вадимовичу Троицкому, Дмитрию Геннадиевичу Левкову, Максиму Валентиновичу Либанову и Григорию Игоревичу Рубцову, а также Евгению Григорьевичу Гельферу, Олегу Юрьевичу Шведову и Алексею Александровичу Якуте за личный пример отношения к науке, ценные советы, поддержку и веру в своих учеников.

Автор выражает признательность Арине Штенниковой, Юлии и Дмитрию Агеевым, Екатерине и Антону Дмитриевым, Константину Долгих, Дмитрию Сальникову, Виктории Волковой, Петру Сатунину и Сергею Миронову за дружескую поддержку на всех этапах работы над диссертацией.

Автор благодарна студентам кафедры физики частиц и космологии за огонь в их глазах, мотивацию ставить высокие планки и за приобретённое умение объяснять сложные вещи простыми словами.

Наконец, автор благодарна научному коллективу отдела теоретической физики ИЯИ РАН за уникальную творческую атмосферу и доброжелательность.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] Aad Georges et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC // Phys. Lett. B. — 2012. — Vol. 716. — P. 1–29. — arXiv: 1207.7214 [hep-ex].
- [2] Fukuda Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Vol. 81. — P. 1562–1567. — arXiv: hep-ex/9807003.
- [3] Ahmad Q. R. et al. Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by ^8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. — 2001. — Vol. 87. — P. 071301. — arXiv: nucl-ex/0106015.
- [4] Rubin V. C., Thonnard N., Ford Jr. W. K. Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/ // Astrophys. J. — 1980. — Vol. 238. — P. 471.
- [5] Hinshaw G. et al. Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results // Astrophys. J. Suppl. — 2013. — Vol. 208. — P. 19. — arXiv: 1212.5226 [astro-ph.CO].
- [6] Aghanim N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters // Astron. Astrophys. — 2020. — Vol. 641. — P. A6. — [Erratum: Astron.Astrophys. 652, C4 (2021)]. arXiv: 1807.06209 [astro-ph.CO].
- [7] Canetti Laurent, Drewes Marco, Shaposhnikov Mikhail. Matter and Antimatter in the Universe // New J. Phys. — 2012. — Vol. 14. — P. 095012. — arXiv: 1204.4186 [hep-ph].
- [8] Martin Stephen P. A Supersymmetry primer // Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. — 1998. — Vol. 18. — P. 1–98. — arXiv: hep-ph/9709356.
- [9] Raby Stuart. Supersymmetric Grand Unified Theories: From Quarks to Strings via SUSY GUTs. — Springer, 2017. — Vol. 939. — ISBN: 978-3-319-55253-8, 978-3-319-55255-2.
- [10] Csaki Csaba. TASI lectures on extra dimensions and branes // Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics (TASI 2002):

- Particle Physics and Cosmology: The Quest for Physics Beyond the Standard Model(s). — 2004. — 4. — P. 605–698. — arXiv: hep-ph/0404096.
- [11] Agrawal Prateek et al. Feebly-interacting particles: FIPs 2020 workshop report // Eur. Phys. J. C. — 2021. — Vol. 81, no. 11. — P. 1015. — arXiv: 2102.12143 [hep-ph].
- [12] Lanfranchi Gaia, Pospelov Maxim, Schuster Philip. The Search for Feebly Interacting Particles // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2021. — Vol. 71. — P. 279–313. — arXiv: 2011.02157 [hep-ph].
- [13] Beacham J. et al. Physics Beyond Colliders at CERN: Beyond the Standard Model Working Group Report // J. Phys. G. — 2020. — Vol. 47, no. 1. — P. 010501. — arXiv: 1901.09966 [hep-ex].
- [14] Okun L. B. Limits of electrodynamics: paraphotons? // Sov. Phys. JETP. — 1982. — Vol. 56. — P. 502.
- [15] Galison Peter, Manohar Aneesh. TWO Z's OR NOT TWO Z's? // Phys. Lett. B. — 1984. — Vol. 136. — P. 279–283.
- [16] Holdom Bob. Two U(1)'s and Epsilon Charge Shifts // Phys. Lett. B. — 1986. — Vol. 166. — P. 196–198.
- [17] Ruegg Henri, Ruiz-Altaba Marti. The Stueckelberg field // Int. J. Mod. Phys. A. — 2004. — Vol. 19. — P. 3265–3348. — arXiv: hep-th/0304245.
- [18] Miller David J. The physics of the dark photon: a primer // Contemp. Phys. — 2021. — Vol. 62, no. 2. — P. 110.
- [19] Pospelov Maxim, Ritz Adam, Voloshin Mikhail B. Secluded WIMP Dark Matter // Phys. Lett. B. — 2008. — Vol. 662. — P. 53–61. — arXiv: 0711.4866 [hep-ph].
- [20] Banerjee D. et al. Search for invisible decays of sub-GeV dark photons in missing-energy events at the CERN SPS // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 118, no. 1. — P. 011802. — arXiv: 1610.02988 [hep-ex].

- [21] Banerjee D. et al. Search for vector mediator of Dark Matter production in invisible decay mode // *Phys. Rev. D.* — 2018. — Vol. 97, no. 7. — P. 072002. — arXiv: 1710.00971 [hep-ex].
- [22] Banerjee D. et al. Search for a Hypothetical 16.7 MeV Gauge Boson and Dark Photons in the NA64 Experiment at CERN // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Vol. 120, no. 23. — P. 231802. — arXiv: 1803.07748 [hep-ex].
- [23] Banerjee D. et al. Dark matter search in missing energy events with NA64 // *Phys. Rev. Lett.* — 2019. — Vol. 123, no. 12. — P. 121801. — arXiv: 1906.00176 [hep-ex].
- [24] Banerjee D. et al. Improved limits on a hypothetical X(16.7) boson and a dark photon decaying into e^+e^- pairs // *Phys. Rev. D.* — 2020. — Vol. 101, no. 7. — P. 071101. — arXiv: 1912.11389 [hep-ex].
- [25] Riordan E. M. et al. A Search for Short Lived Axions in an Electron Beam Dump Experiment // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 59. — P. 755.
- [26] New Fixed-Target Experiments to Search for Dark Gauge Forces / James D. Bjorken, Rouven Essig, Philip Schuster, Natalia Toro // *Phys. Rev. D.* — 2009. — Vol. 80. — P. 075018. — arXiv: 0906.0580 [hep-ph].
- [27] Andreas Sarah, Niebuhr Carsten, Ringwald Andreas. New Limits on Hidden Photons from Past Electron Beam Dumps // *Phys. Rev. D.* — 2012. — Vol. 86. — P. 095019. — arXiv: 1209.6083 [hep-ph].
- [28] Bernardi G. et al. Search for Neutrino Decay // *Phys. Lett. B.* — 1986. — Vol. 166. — P. 479–483.
- [29] Gninenko S. N. Stringent limits on the $\pi^0 \rightarrow \gamma X, X \rightarrow e + e^-$ decay from neutrino experiments and constraints on new light gauge bosons // *Phys. Rev. D.* — 2012. — Vol. 85. — P. 055027. — arXiv: 1112.5438 [hep-ph].
- [30] Astier P. et al. Search for heavy neutrinos mixing with tau neutrinos // *Phys. Lett. B.* — 2001. — Vol. 506. — P. 27–38. — arXiv: hep-ex/0101041.
- [31] Bergsma F. et al. A Search for Decays of Heavy Neutrinos in the Mass Range 0.5-GeV to 2.8-GeV // *Phys. Lett. B.* — 1986. — Vol. 166. — P. 473–478.

- [32] Gninenko S. N. Constraints on sub-GeV hidden sector gauge bosons from a search for heavy neutrino decays // Phys. Lett. B. — 2012. — Vol. 713. — P. 244–248. — arXiv: 1204.3583 [hep-ph].
- [33] Lees J. P. et al. Search for a Dark Photon in e^+e^- Collisions at BaBar // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 113, no. 20. — P. 201801. — arXiv: 1406.2980 [hep-ex].
- [34] Lees J. P. et al. Search for Invisible Decays of a Dark Photon Produced in e^+e^- Collisions at BaBar // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 119, no. 13. — P. 131804. — arXiv: 1702.03327 [hep-ex].
- [35] Archilli F. et al. Search for a vector gauge boson in ϕ meson decays with the KLOE detector // Phys. Lett. B. — 2012. — Vol. 706. — P. 251–255. — arXiv: 1110.0411 [hep-ex].
- [36] Babusci D. et al. Limit on the production of a light vector gauge boson in phi meson decays with the KLOE detector // Phys. Lett. B. — 2013. — Vol. 720. — P. 111–115. — arXiv: 1210.3927 [hep-ex].
- [37] Anastasi A. et al. Limit on the production of a low-mass vector boson in $e^+e^- \rightarrow U\gamma$, $U \rightarrow e^+e^-$ with the KLOE experiment // Phys. Lett. B. — 2015. — Vol. 750. — P. 633–637. — arXiv: 1509.00740 [hep-ex].
- [38] Anastasi A. et al. Limit on the production of a new vector boson in $e^+e^- \rightarrow U\gamma$, $U \rightarrow \pi^+\pi^-$ with the KLOE experiment // Phys. Lett. B. — 2016. — Vol. 757. — P. 356–361. — arXiv: 1603.06086 [hep-ex].
- [39] Aaij Roel et al. Search for Dark Photons Produced in 13 TeV pp Collisions // Phys. Rev. Lett. — 2018. — Vol. 120, no. 6. — P. 061801. — arXiv: 1710.02867 [hep-ex].
- [40] Aaij Roel et al. Search for $A' \rightarrow \mu^+\mu^-$ Decays // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124, no. 4. — P. 041801. — arXiv: 1910.06926 [hep-ex].
- [41] Sirunyan Albert M et al. A search for pair production of new light bosons decaying into muons in proton-proton collisions at 13 TeV // Phys. Lett. B. — 2019. — Vol. 796. — P. 131–154. — arXiv: 1812.00380 [hep-ex].

- [42] Sirunyan Albert M et al. Search for dark photons in decays of Higgs bosons produced in association with Z bosons in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV // JHEP. — 2019. — Vol. 10. — P. 139. — arXiv: 1908.02699 [hep-ex].
- [43] Sirunyan Albert M et al. Search for a Narrow Resonance Lighter than 200 GeV Decaying to a Pair of Muons in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = \text{TeV}$ // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124, no. 13. — P. 131802. — arXiv: 1912.04776 [hep-ex].
- [44] Sirunyan Albert M et al. Search for dark photons in Higgs boson production via vector boson fusion in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV // JHEP. — 2021. — Vol. 03. — P. 011. — arXiv: 2009.14009 [hep-ex].
- [45] Essig Rouven et al. Working Group Report: New Light Weakly Coupled Particles // Snowmass 2013: Snowmass on the Mississippi. — 2013. — 10. — arXiv: 1311.0029 [hep-ph].
- [46] Raggi Mauro, Kozhuharov Venelin. Results and perspectives in dark photon physics // Riv. Nuovo Cim. — 2015. — Vol. 38, no. 10. — P. 449–505.
- [47] Graham Matt, Hearty Christopher, Williams Mike. Searches for Dark Photons at Accelerators // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. — 2021. — Vol. 71. — P. 37–58. — arXiv: 2104.10280 [hep-ph].
- [48] Abi B. et al. Prospects for beyond the Standard Model physics searches at the Deep Underground Neutrino Experiment // Eur. Phys. J. C. — 2021. — Vol. 81, no. 4. — P. 322. — arXiv: 2008.12769 [hep-ex].
- [49] Searching for physics beyond the Standard Model in an off-axis DUNE near detector / Moritz Breitbach, Luca Buonocore, Claudia Frugiuele et al. // JHEP. — 2022. — Vol. 01. — P. 048. — arXiv: 2102.03383 [hep-ph].
- [50] Gorbunov D., Makarov A., Timiryasov I. Decaying light particles in the SHiP experiment: Signal rate estimates for hidden photons // Phys. Rev. D. — 2015. — Vol. 91, no. 3. — P. 035027. — arXiv: 1411.4007 [hep-ph].
- [51] Anelli M. et al. A facility to Search for Hidden Particles (SHiP) at the CERN SPS. — 2015. — 4. — arXiv: 1504.04956 [physics.ins-det].

- [52] Ahdida C. et al. Sensitivity of the SHiP experiment to dark photons decaying to a pair of charged particles // *Eur. Phys. J. C.* — 2021. — Vol. 81, no. 5. — P. 451. — arXiv: 2011.05115 [hep-ex].
- [53] Exploring Dark Sector Portals with High Intensity Experiments / Brian Batell, Nikita Blinov, Christopher Hearty, Robert McGehee // *Snowmass 2021.* — 2022. — 7. — arXiv: 2207.06905 [hep-ph].
- [54] Light dark matter in neutrino beams: production modelling and scattering signatures at MiniBooNE, T2K and SHiP / Patrick deNiverville, Chien-Yi Chen, Maxim Pospelov, Adam Ritz // *Phys. Rev. D.* — 2017. — Vol. 95, no. 3. — P. 035006. — arXiv: 1609.01770 [hep-ph].
- [55] New constraint on dark photon at T2K off-axis near detector / Takeshi Araki, Kento Asai, Tomoya Iizawa et al. // *JHEP.* — 2023. — Vol. 11. — P. 056. — arXiv: 2308.01565 [hep-ph].
- [56] Andreev Yu. M. et al. Dark-Sector Search via Pion-Produced η and η' Mesons Decaying Invisibly in the NA64h Detector // *Phys. Rev. Lett.* — 2024. — Vol. 133, no. 12. — P. 121803. — arXiv: 2406.01990 [hep-ex].
- [57] Kyselov Yehor, Mrenna Stephen, Ovchynnikov Maksym. New physics particles mixing with mesons: Production in the fragmentation chain // *Phys. Rev. D.* — 2025. — Vol. 112, no. 5. — P. 055033. — arXiv: 2504.06828 [hep-ph].
- [58] Kim Kwang Je, Tsai Yung-Su. Improved Weizsacker-Williams method and its application to lepton and W boson pair production // *Phys. Rev. D.* — 1973. — Vol. 8. — P. 3109.
- [59] Blümlein Johannes, Brunner Jürgen. New Exclusion Limits on Dark Gauge Forces from Proton Bremsstrahlung in Beam-Dump Data // *Phys. Lett. B.* — 2014. — Vol. 731. — P. 320–326. — arXiv: 1311.3870 [hep-ph].
- [60] Foroughi-Abari Saeid, Ritz Adam. Dark sector production via proton bremsstrahlung // *Phys. Rev. D.* — 2022. — Vol. 105, no. 9. — P. 095045. — arXiv: 2108.05900 [hep-ph].

- [61] Phenomenology of GeV-scale scalar portal / Iryna Boiarska, Kyrylo Bondarenko, Alexey Boyarsky et al. // JHEP. — 2019. — Vol. 11. — P. 162. — arXiv: 1904.10447 [hep-ph].
- [62] Foroughi-Abari Saeid, Reimitz Peter, Ritz Adam. Closer look at dark vector splitting functions in proton bremsstrahlung // Phys. Rev. D. — 2025. — Vol. 112, no. 1. — P. 015030. — arXiv: 2409.09123 [hep-ph].
- [63] Gorbunov Dmitry, Kriukova Ekaterina. Dark photon production via elastic proton bremsstrahlung with non-zero momentum transfer // JHEP. — 2024. — Vol. 01. — P. 058. — arXiv: 2306.15800 [hep-ph].
- [64] Curtin David, Kahn Yonatan, Nguyen Rachel. Dark photons from charged pion bremsstrahlung at proton beam experiments // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 108, no. 9. — P. 095039. — arXiv: 2305.19309 [hep-ph].
- [65] Liu Yu-Sheng, Miller Gerald A. Validity of the Weizsäcker-Williams approximation and the analysis of beam dump experiments: Production of an axion, a dark photon, or a new axial-vector boson // Phys. Rev. D. — 2017. — Vol. 96, no. 1. — P. 016004. — arXiv: 1705.01633 [hep-ph].
- [66] Baier V. N., Fadin Victor S., Khoze Valery A. Quasireal electron method in high-energy quantum electrodynamics // Nucl. Phys. B. — 1973. — Vol. 65. — P. 381–396.
- [67] Altarelli Guido, Parisi G. Asymptotic Freedom in Parton Language // Nucl. Phys. B. — 1977. — Vol. 126. — P. 298–318.
- [68] Dawson Sally. The Effective W Approximation // Nucl. Phys. B. — 1985. — Vol. 249. — P. 42–60.
- [69] Navas S. et al. Review of particle physics // Phys. Rev. D. — 2024. — Vol. 110, no. 3. — P. 030001.
- [70] Shtabovenko Vladyslav, Mertig Rolf, Orellana Frederik. FeynCalc 9.3: New features and improvements // Comput. Phys. Commun. — 2020. — Vol. 256. — P. 107478. — arXiv: 2001.04407 [hep-ph].

- [71] Donnachie A., Landshoff P. V. Total cross-sections // Phys. Lett. B. — 1992. — Vol. 296. — P. 227–232. — arXiv: hep-ph/9209205.
- [72] Donnachie A., Landshoff P. V. pp and $\bar{p}p$ total cross sections and elastic scattering // Phys. Lett. B. — 2013. — Vol. 727. — P. 500–505. — [Erratum: Phys.Lett.B 750, 669–669 (2015)]. arXiv: 1309.1292 [hep-ph].
- [73] Faessler Amand, Krivoruchenko M. I., Martemyanov B. V. Once more on electromagnetic form factors of nucleons in extended vector meson dominance model // Phys. Rev. C. — 2010. — Vol. 82. — P. 038201. — arXiv: 0910.5589 [hep-ph].
- [74] Feuster T., Mosel U. Photon and meson induced reactions on the nucleon // Phys. Rev. C. — 1999. — Vol. 59. — P. 460–491. — arXiv: nucl-th/9803057.
- [75] Patrignani C. et al. Review of Particle Physics // Chin. Phys. C. — 2016. — Vol. 40, no. 10. — P. 100001.
- [76] Baier V. N., Fadin Victor S., Khoze Valery A. Photon bremsstrahlung in collisions of high-energy electrons // Sov. Phys. JETP. — 1966. — Vol. 24. — P. 760–765.
- [77] Altarelli G., Buccella F. Single photon emission in high-energy e^+e^- collisions // Nuovo Cim. — 1964. — Vol. 34. — P. 1337–1346.
- [78] Berestetskii V.B., Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P. Interaction of electrons with photons // Quantum Electrodynamics (2nd edition). — Oxford : Butterworth-Heinemann, 1982. — P. 354–455. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080503462500167>.
- [79] Ellis Joshua. TikZ-Feynman: Feynman diagrams with TikZ // Comput. Phys. Commun. — 2017. — Vol. 210. — P. 103–123. — arXiv: 1601.05437 [hep-ph].
- [80] Pomeron physics and QCD / S. Donnachie, Hans Gunter Dosch, O. Nachtmann, P. Landshoff. — Cambridge University Press, 2004. — 12. — Vol. 19. — ISBN: 978-0-511-06050-2, 978-0-521-78039-1, 978-0-521-67570-3.
- [81] Donnachie A., Landshoff P. V. $p p$ and anti- $p p$ Elastic Scattering // Nucl. Phys. B. — 1984. — Vol. 231. — P. 189–204.

- [82] Donnachie A., Landshoff P. V. Dynamics of Elastic Scattering // Nucl. Phys. B. — 1986. — Vol. 267. — P. 690–701.
- [83] Donnachie A., Landshoff P. V. Hard Diffraction: Production of High $p(T)$ Jets, W or Z , and Drell-Yan Pairs // Nucl. Phys. B. — 1988. — Vol. 303. — P. 634–652.
- [84] The Tensor Pomeron and Low- x Deep Inelastic Scattering / Daniel Britzger, Carlo Ewerz, Sasha Glazov et al. // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100, no. 11. — P. 114007. — arXiv: 1901.08524 [hep-ph].
- [85] Ewerz Carlo, Maniatis Markos, Nachtmann Otto. A Model for Soft High-Energy Scattering: Tensor Pomeron and Vector Odderon // Annals Phys. — 2014. — Vol. 342. — P. 31–77. — arXiv: 1309.3478 [hep-ph].
- [86] Helicity in proton–proton elastic scattering and the spin structure of the pomeron / Carlo Ewerz, Piotr Lebiedowicz, Otto Nachtmann, Antoni Szczurek // Phys. Lett. B. — 2016. — Vol. 763. — P. 382–387. — arXiv: 1606.08067 [hep-ph].
- [87] Lebiedowicz Piotr, Nachtmann Otto, Szczurek Antoni. Soft-photon radiation in high-energy proton-proton collisions within the tensor-Pomeron approach: Bremsstrahlung // Phys. Rev. D. — 2022. — Vol. 106, no. 3. — P. 034023. — arXiv: 2206.03411 [hep-ph].
- [88] Lebiedowicz Piotr, Nachtmann Otto, Szczurek Antoni. Central exclusive diffractive production of a single photon in high-energy proton-proton collisions within the tensor-Pomeron approach // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 107, no. 7. — P. 074014. — arXiv: 2302.07192 [hep-ph].
- [89] Watanabe Akira, Sirat Sayed Anwar, Liu Zhibo. Elastic proton–neutron and antiproton–neutron scattering in holographic QCD // Eur. Phys. J. C. — 2023. — Vol. 83, no. 10. — P. 898. — arXiv: 2305.06700 [hep-ph].
- [90] Proton-nuclei cross sections at 20 GeV / G. Bellettini, G. Cocconi, A. N. Diddens et al. // Nucl. Phys. — 1966. — Vol. 79. — P. 609–624.
- [91] Schiz A. et al. Hadron - Nucleus Elastic Scattering at 70 GeV/c, 125 GeV/c and 175 GeV/c // Phys. Rev. D. — 1980. — Vol. 21. — P. 3010.

- [92] Likhoded A. K., Luchinsky A. V., Novoselov A. A. Light hadron production in inclusive pp-scattering at LHC // Phys. Rev. D. — 2010. — Vol. 82. — P. 114006. — arXiv: 1005.1827 [hep-ph].
- [93] Kriukova Ekaterina. Dark photon emission in elastic proton bremsstrahlung // PoS. — 2024. — Vol. ICPPCRubakov2023. — P. 011. — arXiv: 2404.04704 [hep-ph].
- [94] Jones M. K. et al. $G(E(p)) / G(M(p))$ ratio by polarization transfer in polarized $e p \rightarrow e$ polarized p // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 84. — P. 1398–1402. — arXiv: nucl-ex/9910005.
- [95] Gayou O. et al. Measurement of $G(Ep) / G(Mp)$ in polarized- $e p \rightarrow e$ polarized- p to $Q^{*2} = 5.6\text{-GeV}^{*2}$ // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — P. 092301. — arXiv: nucl-ex/0111010.
- [96] Puckett A. J. R. et al. Final Analysis of Proton Form Factor Ratio Data at $Q^2 = 4.0, 4.8$ and 5.6 GeV^2 // Phys. Rev. C. — 2012. — Vol. 85. — P. 045203. — arXiv: 1102.5737 [nucl-ex].
- [97] Bernauer J. C. et al. Electric and magnetic form factors of the proton // Phys. Rev. C. — 2014. — Vol. 90, no. 1. — P. 015206. — arXiv: 1307.6227 [nucl-ex].
- [98] Ablikim Medina et al. Measurement of proton electromagnetic form factors in the time-like region using initial state radiation at BESIII // Phys. Lett. B. — 2021. — Vol. 817. — P. 136328. — arXiv: 2102.10337 [hep-ex].
- [99] Lees J. P. et al. Study of $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ via initial-state radiation at BABAR // Phys. Rev. D. — 2013. — Vol. 87, no. 9. — P. 092005. — arXiv: 1302.0055 [hep-ex].
- [100] Akhmetshin R. R. et al. Study of the process $e^+e^- \rightarrow p\bar{p}$ in the c.m. energy range from threshold to 2 GeV with the CMD-3 detector // Phys. Lett. B. — 2016. — Vol. 759. — P. 634–640. — arXiv: 1507.08013 [hep-ex].
- [101] Pedlar T. K. et al. Precision measurements of the timelike electromagnetic form-factors of pion, kaon, and proton // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 261803. — arXiv: hep-ex/0510005.

- [102] Lin Yong-Hui, Hammer Hans-Werner, Meißner Ulf-G. New Insights into the Nucleon's Electromagnetic Structure // Phys. Rev. Lett. — 2022. — Vol. 128, no. 5. — P. 052002. — arXiv: 2109.12961 [hep-ph].
- [103] On the $\pi\pi$ continuum in the nucleon form factors and the proton radius puzzle / M. Hoferichter, B. Kubis, J. Ruiz de Elvira et al. // Eur. Phys. J. A. — 2016. — Vol. 52, no. 11. — P. 331. — arXiv: 1609.06722 [hep-ph].
- [104] Lin Yong-Hui, Hammer Hans-Werner, Meißner Ulf-G. Dispersion-theoretical analysis of the electromagnetic form factors of the nucleon: Past, present and future // Eur. Phys. J. A. — 2021. — Vol. 57, no. 8. — P. 255. — arXiv: 2106.06357 [hep-ph].
- [105] Aitchison I. J. R. K-MATRIX FORMALISM FOR OVERLAPPING RESONANCES // Nucl. Phys. A. — 1972. — Vol. 189. — P. 417–423.
- [106] Dubnicka Stanislav, Dubnickova Anna-Zuzana, Weisenpacher Peter. Nucleon electromagnetic structure revisited // J. Phys. G. — 2003. — Vol. 29. — P. 405–430. — arXiv: hep-ph/0208051.
- [107] Numerical values of f^F , f^D , f^S coupling constants in $SU(3)$ invariant interaction Lagrangian of vector-meson nonet with $1/2^+$ octet baryons / Cyril Adamuščin, Erik Bartoš, Stanislav Dubnička, Anna Z. Dubničková // Phys. Rev. C. — 2016. — Vol. 93, no. 5. — P. 055208. — arXiv: 1601.06190 [hep-ph].
- [108] Dubnickova Anna Zuzana, Dubnicka Stanislav. Proton em form factors data are in disagreement with new $\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow p\bar{p})$ measurements. — 2020. — 10. — arXiv: 2010.15872 [hep-ph].
- [109] Haberzettl H., Huang F., Nakayama K. Dressing the electromagnetic nucleon current // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 83. — P. 065502. — arXiv: 1103.2065 [nucl-th].
- [110] Pion off-shell electromagnetic form factors: data extraction and model analysis / Ho-Meoyng Choi, T. Frederico, Chueng-Ryong Ji, J. P. B. C. de Melo // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100, no. 11. — P. 116020. — arXiv: 1908.01185 [hep-ph].

- [111] Off-shell pion properties: Electromagnetic form factors and light-front wave functions / Jurandi Leão, J. Pacheco B. C. de Melo, T. Frederico et al. // Phys. Rev. D. — 2024. — Vol. 110, no. 7. — P. 074035. — arXiv: 2406.07743 [hep-ph].
- [112] Searches for Decays of New Particles in the DUNE Multi-Purpose Near Detector / Jeffrey M. Berryman, Andre de Gouvea, Patrick J Fox et al. // JHEP. — 2020. — Vol. 02. — P. 174. — arXiv: 1912.07622 [hep-ph].
- [113] The structural design of the decay volume for the Search for Hidden Particles (SHIP) project / Andrea Miano, Antimo Fiorillo, Antonio Salzano et al. // Archives of Civil and Mechanical Engineering. — 2020. — Vol. 21, no. 1. — P. 3.
- [114] Workman R. L. et al. Review of Particle Physics // PTEP. — 2022. — Vol. 2022. — P. 083C01.
- [115] Ahdida C. et al. The SHiP experiment at the proposed CERN SPS Beam Dump Facility // Eur. Phys. J. C. — 2022. — Vol. 82, no. 5. — P. 486. — arXiv: 2112.01487 [physics.ins-det].
- [116] Groom D.E. Atomic and Nuclear Properties of Materials. — <https://pdg.lbl.gov/2023/AtomicNuclearProperties/>. — 2023.
- [117] Total cross-sections of π^+ , K^+ and p on protons and deuterons in the momentum range 15-GeV/c to 60-GeV/c / S. P. Denisov, S. V. Donskov, Yu. P. Gorin et al. // Phys. Lett. B. — 1971. — Vol. 36. — P. 415–421.
- [118] Carroll A. S. et al. Total Cross-Sections of π^\pm , K^\pm , p , and \bar{p} on Protons and Deuterons Between 23-GeV/c and 280-GeV/c // Phys. Lett. B. — 1976. — Vol. 61. — P. 303–308.
- [119] Absorption cross-sections for pions, kaons, protons and anti-protons on complex nuclei in the 6-GeV/c to 60-GeV/c momentum range / S. P. Denisov, S. V. Donskov, Yu. P. Gorin et al. // Nucl. Phys. B. — 1973. — Vol. 61. — P. 62–76.
- [120] Carroll A. S. et al. Absorption Cross-Sections of π^\pm , K^\pm , p and \bar{p} on Nuclei Between 60 GeV/c and 280 GeV/c // Phys. Lett. B. — 1979. — Vol. 80. — P. 319–322.

- [121] Barucca G. et al. PANDA Phase One // Eur. Phys. J. A. — 2021. — Vol. 57, no. 6. — P. 184. — arXiv: 2101.11877 [hep-ex].
- [122] Annihilation of $\bar{p} + p \rightarrow e^+ + e^- + \pi^0$ and $\bar{p} + p \rightarrow \gamma + \pi^0$ through ω -meson intermediate state / E. A. Kuraev, Yu. M. Bystritskiy, V. V. Bytev et al. // J. Exp. Theor. Phys. — 2012. — Vol. 115. — P. 93–104. — arXiv: 1012.5720 [hep-ph].
- [123] Testing axial and electromagnetic nucleon form factors in time-like regions in the processes anti-p + n \rightarrow pi- + l- + l+ and anti-p + p \rightarrow pi0 + l- + l+, l=e, mu / C. Adamuscin, E. A. Kuraev, E. Tomasi-Gustafsson, F. E. Maas // Phys. Rev. C. — 2007. — Vol. 75. — P. 045205. — arXiv: hep-ph/0610429.
- [124] Sensitivities to feebly interacting particles: Public and unified calculations / Maksym Ovchynnikov, Jean-Loup Tastet, Oleksii Mikulenko, Kyrylo Bondarenko // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 108, no. 7. — P. 075028. — arXiv: 2305.13383 [hep-ph].
- [125] Du Mingxuan, Fang Rundong, Liu Zuowei. Millicharged particles from proton bremsstrahlung in the atmosphere // JHEP. — 2024. — Vol. 08. — P. 174. — arXiv: 2211.11469 [hep-ph].
- [126] Wu Han, Hardy Edward, Song Ningqiang. Searching for heavy millicharged particles from the atmosphere // Phys. Rev. D. — 2024. — Vol. 110, no. 11. — P. 115037. — arXiv: 2406.01668 [hep-ph].
- [127] Delta resonance contribution to two-photon exchange in electron-proton scattering / S. Kondratyuk, P. G. Blunden, W. Melnitchouk, J. A. Tjon // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 172503. — arXiv: nucl-th/0506026.
- [128] Kyselov Yehor, Ovchynnikov Maksym. Searches for long-lived dark photons at proton accelerator experiments // Phys. Rev. D. — 2025. — Vol. 111, no. 1. — P. 015030. — arXiv: 2409.11096 [hep-ph].
- [129] Dark Sectors at the Fermilab SeaQuest Experiment / Asher Berlin, Stefania Gori, Philip Schuster, Natalia Toro // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 98, no. 3. — P. 035011. — arXiv: 1804.00661 [hep-ph].

- [130] Hemmert Thomas R., Holstein Barry R., Kambor Joachim. Chiral Lagrangians and $\Delta(1232)$ interactions: Formalism // *J. Phys. G.* — 1998. — Vol. 24. — P. 1831–1859. — arXiv: hep-ph/9712496.
- [131] The Chiral effective pion nucleon Lagrangian of order p^4 / Nadia Fettes, Ulf-G. Meissner, Martin Mojzis, Sven Steininger // *Annals Phys.* — 2000. — Vol. 283. — P. 273–302. — [Erratum: *Annals Phys.* 288, 249–250 (2001)]. arXiv: hep-ph/0001308.
- [132] Pion photoproduction in chiral perturbation theory with explicit treatment of the $\Delta(1232)$ resonance / N. Rijneveen, A. M. Gasparyan, H. Krebs, E. Epelbaum // *Phys. Rev. C.* — 2022. — Vol. 106, no. 2. — P. 025202. — arXiv: 2108.01619 [nucl-th].
- [133] Coogan Adam, Morrison Logan, Profumo Stefano. Precision gamma-ray constraints for sub-GeV dark matter models // *JCAP.* — 2021. — Vol. 08. — P. 044. — arXiv: 2104.06168 [hep-ph].
- [134] The Role of Resonances in Chiral Perturbation Theory / G. Ecker, J. Gasser, A. Pich, E. de Rafael // *Nucl. Phys. B.* — 1989. — Vol. 321. — P. 311–342.
- [135] Chiral Lagrangians for Massive Spin 1 Fields / G. Ecker, J. Gasser, H. Leutwyler et al. // *Phys. Lett. B.* — 1989. — Vol. 223. — P. 425–432.
- [136] Schindler Matthias R., Gegelia Jambul, Scherer Stefan. Electromagnetic form-factors of the nucleon in chiral perturbation theory including vector mesons // *Eur. Phys. J. A.* — 2005. — Vol. 26. — P. 1–5. — arXiv: nucl-th/0509005.
- [137] Scherer Stefan, Schindler Matthias R. A Primer for Chiral Perturbation Theory. — 2012. — Vol. 830. — ISBN: 978-3-642-19253-1.
- [138] Vonk Thomas, Guo Feng-Kun, Meißner Ulf-G. Pion axioproduction: The Δ resonance contribution // *Phys. Rev. D.* — 2022. — Vol. 105, no. 5. — P. 054029. — arXiv: 2202.00268 [hep-ph].
- [139] Belyaev Alexander, Christensen Neil D., Pukhov Alexander. CalcHEP 3.4 for collider physics within and beyond the Standard Model // *Comput. Phys. Commun.* — 2013. — Vol. 184. — P. 1729–1769. — arXiv: 1207.6082 [hep-ph].

- [140] Ayres D. S. et al. $\pi^\pm p$, $K^\pm p$, pp and $p\bar{p}$ Elastic Scattering from 50-GeV/c to 175-GeV/c // Phys. Rev. D. — 1977. — Vol. 15. — P. 3105.
- [141] Liu Zhibo, Watanabe Akira. Elastic pion-proton and pion-pion scattering via the holographic Pomeron and Reggeon exchange // Phys. Rev. D. — 2023. — Vol. 108, no. 3. — P. 034010. — arXiv: 2306.00564 [hep-ph].
- [142] Gorbunov Dmitry, Kriukova Ekaterina. Dark Photon Production Via Inelastic Proton Bremsstrahlung with Pauli Form Factor // Phys. Part. Nucl. — 2025. — Vol. 56, no. 2. — P. 506–510. — arXiv: 2409.11089 [hep-ph].
- [143] Gorbunov Dmitry, Kriukova Ekaterina. Pauli form factor contributions to the inelastic proton bremsstrahlung and dark photon production // JHEP. — 2025. — Vol. 02. — P. 018. — arXiv: 2409.11386 [hep-ph].
- [144] Alimena J. et al. Feebly-Interacting Particles: FIPs at LHCb — Workshop Report 2025 Edition // LHCb FIP Physics Workshop 2025. — 2025. — 10. — arXiv: 2510.05257 [hep-ph].
- [145] Ruiz Arriola Enrique, Sanchez-Puertas Pablo. Phase of the electromagnetic form factor of the pion // Phys. Rev. D. — 2024. — Vol. 110, no. 5. — P. 054003. — arXiv: 2403.07121 [hep-ph].
- [146] Rudy T. E., Fearing H. W., Scherer S. The Off-shell electromagnetic form-factors of pions and kaons in chiral perturbation theory // Phys. Rev. C. — 1994. — Vol. 50. — P. 447–459. — arXiv: hep-ph/9401302.
- [147] Feuster T., Mosel U. A Unitary model for meson nucleon scattering // Phys. Rev. C. — 1998. — Vol. 58. — P. 457–488. — arXiv: nucl-th/9708051.
- [148] Lees J. P. et al. Precise Measurement of the $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$ Cross Section with the Initial-State Radiation Method at BABAR // Phys. Rev. D. — 2012. — Vol. 86. — P. 032013. — arXiv: 1205.2228 [hep-ex].
- [149] Kling Felix, Reimitz Peter, Ritz Adam. Dark vector boson bremsstrahlung: New form factors for a broader class of models // Phys. Rev. D. — 2026. — Vol. 113, no. 1. — P. 015008. — arXiv: 2509.09437 [hep-ph].

- [150] Kessler P. Sur une méthode simplifiée de calcul pour les processus relativistes en électrodynamique quantique // *Nuovo Cim.* — 1960. — Vol. 17. — P. 809–829.
- [151] Greiner Walter, Reinhardt Joachim. *Field Quantization.* — Springer, 1996. — ISBN: 978-3-642-61485-9.
- [152] Dreiner Herbi K., Haber Howard E., Martin Stephen P. Two-component spinor techniques and Feynman rules for quantum field theory and supersymmetry // *Phys. Rept.* — 2010. — Vol. 494. — P. 1–196. — arXiv: 0812.1594 [hep-ph].
- [153] Benecke J. et al. Rapidity Gap Separation and Study of Single Diffraction Dissociation in p p Collisions at 12-GeV/c and 24-GeV/c // *Nucl. Phys. B.* — 1974. — Vol. 76. — P. 29–47.
- [154] π^+ p, K^+ p and p p Topological Cross-Sections and Inclusive Interactions at 100-GeV Using a Hybrid Bubble Chamber-Spark Chamber System and a Tagged Beam / W. M. Morse, V. E. Barnes, D. D. Carmony et al. // *Phys. Rev. D.* — 1977. — Vol. 15. — P. 66.
- [155] Breakstone A. et al. Charged Multiplicity Distribution in p p Interactions at ISR Energies // *Phys. Rev. D.* — 1984. — Vol. 30. — P. 528.
- [156] Airapetian A. et al. Multiplicity of charged and neutral pions in deep inelastic scattering of 27.5-GeV positrons on hydrogen // *Eur. Phys. J. C.* — 2001. — Vol. 21. — P. 599–606. — arXiv: hep-ex/0104004.
- [157] Gounaris G. J., Sakurai J. J. Finite width corrections to the vector meson dominance prediction for $\rho \rightarrow e^+e^-$ // *Phys. Rev. Lett.* — 1968. — Vol. 21. — P. 244–247.
- [158] Golec-Biernat Krzysztof, Lewandowska Emilia, Stasto Anna M. Drell-Yan process at forward rapidity at the LHC // *Phys. Rev. D.* — 2010. — Vol. 82. — P. 094010. — arXiv: 1008.2652 [hep-ph].
- [159] Altarelli Guido, Ellis R. Keith, Martinelli G. Leptoproduction and Drell-Yan Processes Beyond the Leading Approximation in Chromodynamics // *Nucl. Phys. B.* — 1978. — Vol. 143. — P. 521. — [Erratum: *Nucl.Phys.B* 146, 544 (1978)].

- [160] Altarelli Guido, Ellis R. Keith, Martinelli G. Large Perturbative Corrections to the Drell-Yan Process in QCD // Nucl. Phys. B. — 1979. — Vol. 157. — P. 461–497.
- [161] Kubar-Andre J., Paige Frank E. Gluon Corrections to the Drell-Yan Model // Phys. Rev. D. — 1979. — Vol. 19. — P. 221.
- [162] LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era / Andy Buckley, James Ferrando, Stephen Lloyd et al. // Eur. Phys. J. C. — 2015. — Vol. 75. — P. 132. — arXiv: 1412.7420 [hep-ph].
- [163] Global QCD Analysis of Pion Parton Distributions with Threshold Resummation / P. C. Barry, Chueng-Ryong Ji, N. Sato, W. Melnitchouk // Phys. Rev. Lett. — 2021. — Vol. 127, no. 23. — P. 232001. — arXiv: 2108.05822 [hep-ph].
- [164] New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics / Sayipjamal Dulat, Tie-Jiun Hou, Jun Gao et al. // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 93, no. 3. — P. 033006. — arXiv: 1506.07443 [hep-ph].
- [165] Meyer-Conde Marco. Measurement of absolute Drell-Yan cross-sections using a 190-GeV π beam at the COMPASS-II experiment : Ph.D. thesis / Marco Meyer-Conde ; IRFU, Saclay. — 2019.
- [166] Malhotra P. K. Transverse Momentum Spectra of Dimuons Produced in Hadronic Interactions and Comparison with QCD // Workshop on Drell-Yan Processes. — 1982. — 10.

А Упругое pp -рассеяние

В этом приложении рассмотрено упругое рассеяние протонов $p(p' + q)p(P_i) \rightarrow p(p')p(P_f)$. Подгонка (фитирование) дифференциального сечения к экспериментальным данным обычно параметризуется следующим образом

$$\frac{d\sigma_{pp}}{dq^2} = \frac{|T_+(\bar{s}, q^2) + T_+^c(\bar{s}, q^2)|^2}{16\pi\bar{s}(\bar{s} - 4M^2)}, \quad (196)$$

где переменная Мандельштама равна $\bar{s} \equiv (p' + q + P_i)^2$, функции $T_+(\bar{s}, q^2)$ и $T_+^c(\bar{s}, q^2)$ определены как в [75], числитель — квадрат модуля матричного элемента, усреднённый по начальным и просуммированный по конечным спиновым состояниям,

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}(\bar{s}, q^2) \equiv |T_+(\bar{s}, q^2) + T_+^c(\bar{s}, q^2)|^2. \quad (197)$$

Матричный элемент, построенный по тому же принципу, что и для тормозного излучения протона, выглядит как

$$i\mathcal{M} = \frac{iQ_b^2}{q^2} \bar{u}(p') \gamma_\mu u(p' + q) J^\mu, \quad (198)$$

где J^μ — ток протона мишени. Тогда усреднённый квадрат матричного элемента равен

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{1}{4} \frac{Q_b^4}{(q^2)^2} \tilde{L}_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (199)$$

где адронный тензор налетающего протона

$$\tilde{L}_{\mu\nu} = 4(2p'_\mu p'_\nu + p'_\mu q_\nu + p'_\nu q_\mu - g_{\mu\nu} p'^\lambda q_\lambda), \quad (200)$$

а адронный тензор протона мишени $W^{\mu\nu}$ определён в основном тексте уравнением (25). Поскольку адронный тензор налетающего протона является поперечным, $q^\mu \tilde{L}_{\mu\nu} = 0$, произведение адронных тензоров можно представить в виде

$$\tilde{L}_{\mu\nu} W^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} \tilde{L}_{\mu\nu} W_1 + \frac{1}{M^2} P_i^\mu P_i^\nu \tilde{L}_{\mu\nu} W_2. \quad (201)$$

Предположим, что функции W_1 и W_2 имеют тот же порядок величины, что и в случае бесструктурных фермионов. Тогда для типичных значений M , q^2 и \bar{s} первое слагаемое в (201) численно намного меньше второго, и им можно

пренебречь. Отсюда и из уравнений (197) и (199) следует, что

$$W_2(\bar{s}, q^2) = \frac{2(q^2)^2 M^2}{Q_b^4} \frac{|T_+(\bar{s}, q^2) + T_+^c(\bar{s}, q^2)|^2}{(\bar{s} - 2M^2)^2 + q^2(\bar{s} - M^2)}. \quad (202)$$

В Чувствительность эксперимента SHiP к тёмным фотонам

В этом приложении мы рассматриваем тёмный фотон, который может распасться только на видимые конечные состояния Стандартной модели, в то время как его распад на невидимые конечные состояния с участием тёмной материи, например, запрещён кинематикой. Полная ширина распада такого тёмного фотона Γ_{tot} была получена ранее в (114) (см. параграф 2.5).

Распадная длина потока тёмных фотонов, движущихся с релятивистским множителем γ и скоростью $\beta \equiv k_z/k_0$, равна

$$L(z, k_{\perp}^2) = \frac{\gamma\beta}{\Gamma_{\text{tot}}}. \quad (203)$$

Таким образом, вероятность распада тёмного фотона внутри рабочего объёма детектора SHiP составляет

$$w_{\text{det}}(z, k_{\perp}^2) = e^{-l_{\text{sh}}/L(z, k_{\perp}^2)} \left(1 - e^{-l_{\text{det}}/L(z, k_{\perp}^2)}\right), \quad (204)$$

где были использованы консервативные оценки [50] для длины защиты $l_{\text{sh}} = 60$ м и длины рабочего объёма детектора $l_{\text{det}} = 50$ м. Такой подход позволяет проиллюстрировать влияние сечения на оценку чувствительности SHiP к параметрам модели. В частности, чувствительность эксперимента SHiP, основанная на результате данной работы для рождения скрытых фотонов, сравнивалась с оценками, ранее полученными в [50] с использованием ответа Блюмляйна и Бруннера. Следуя [50], мы выбираем только тёмные фотоны, импульсы которых лежат внутри конуса с углом

$$\theta_{\text{cr}} = \frac{r}{l_{\text{sh}} + l_{\text{det}}}, \quad (205)$$

где радиус конуса $r = 2.5$ м.

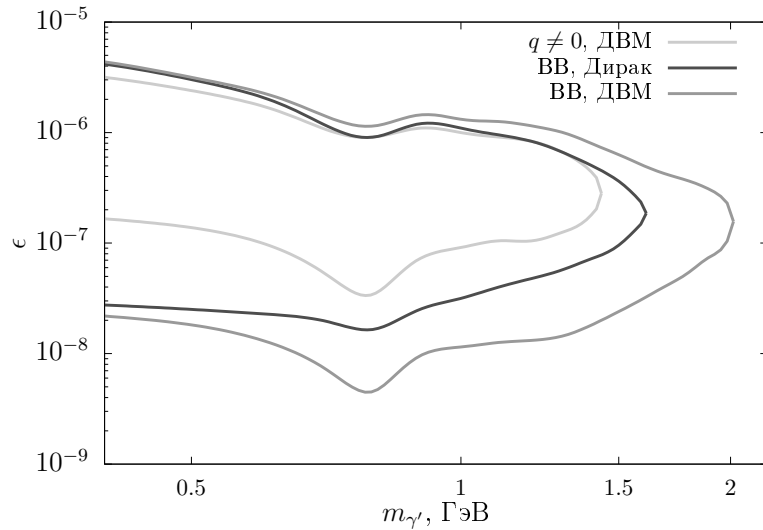


Рис. 17: Контуры областей в пространстве параметров тёмного фотона, которые, как ожидается, будут исследованы в эксперименте SHiP для упругого сечения тормозного излучения, полученного в этой работе с учётом формфактора ДВМ F_{VMD} (10) (светло-серая линия), для неупругого сечения по работе Блюмляйна и Бруннера (12) с учётом формфактора Дирака F_D (208) (тёмно-серая линия) и формфактора ДВМ F_{VMD} (10) (серая линия).

Наконец, оценка светимости эксперимента SHiP берётся из [52]

$$\mathcal{L}_{\text{SHiP}} = \frac{N_{\text{прот}}}{\sigma_{\text{SHiP}}^{\text{inel}}} \quad (206)$$

с $N_{\text{прот}} = 10^{20}$ протонами на мишени и неупругим сечением протон-нуклон $\sigma_{\text{SHiP}}^{\text{inel}} = 10.7$ мб.

Объединив выражения (111)–(114) и (203)–(206), можно получить общее число сигнальных событий

$$N_{\gamma'} = \mathcal{L}_{\text{SHiP}} |F_{\text{VMD}}|^2 \int dk_{\perp}^2 dz \frac{d^2\sigma}{dk_{\perp}^2 dz} w_{\text{det}}(z, k_{\perp}^2) H\left(\theta_{\text{cr}} - \frac{k_{\perp}}{zP}\right), \quad (207)$$

где $H(x)$ — функция Хевисайда, равная 1 при $x > 0$ и 0 при $x < 0$.

На рисунке 17 показаны контуры в пространстве параметров $(m_{\gamma'}, \epsilon)$, соответствующие трём сигнальным событиям внутри детектора SHiP. Светло-серая кривая соответствует оценке числа событий с помощью сечения упругого тормозного излучения (54), полученного в этой работе, и формфактора ДВМ F_{VMD} (10). Также для сравнения с результатами работы [52] изображен контур потенциально исключаемых экспериментом SHiP областей пространства параметров,

рассчитанный с использованием приближения Блюмляйна и Бруннера (12) и формфактора ДВМ F_{VMD} (10) (серая линия). Консервативные ожидаемые границы исключаемой области, аналогичные полученным в [50], показаны тёмно-серым цветом. Они были рассчитаны с использованием сечения Блюмляйна и Бруннера (12) и формфактора Дирака [52]

$$F_D(m_{\gamma'}) = \begin{cases} \frac{\Lambda^4}{m_{\gamma'}^4}, & m_{\gamma'} > \Lambda, \\ 1, & m_{\gamma'} < \Lambda, \end{cases} \quad (208)$$

где $\Lambda^2 = 0.71 \text{ ГэВ}^2$. Отсутствие сигнальных событий при значениях параметров внутри контуров означает исключение этих областей на уровне достоверности 95%. Предлагаемая конструкция мюонной защиты в эксперименте SHiP позволяет пренебречь возможным фоном [52]. Можно заметить, что в зависимости от модели рождения тёмных фотонов прогнозируемая экспериментальная чувствительность изменяется существенно.

С Квадратичные комбинации вершинных функций

Используя явную форму вершинных функций (85)–(88), был получен следующий набор их квадратичных комбинаций, определённых в уравнении (89):

$$I'_{11} = \frac{(k_{\perp}^2 + M^2 z^2 - m_{\gamma'}^2 (1 - z))^2 + 2k_{\perp}^2 m_{\gamma'}^2 (1 + (1 - z)^2)}{m_{\gamma'}^2 z^2 (1 - z)}, \quad (209)$$

$$I''_{11} = \frac{2M^2 z^2}{1 - z}, \quad (210)$$

$$J'_{11} = -J''_{11} = \frac{2r' k_{\perp} M}{1 - z}, \quad (211)$$

$$I'_{12} = I'_{21} = \frac{3k_{\perp}^2 + M^2 z^2 - m_{\gamma'}^2 (1 - z)}{2(1 - z)}, \quad (212)$$

$$I''_{12} = I''_{21} = \frac{M^2 z^2}{1 - z} - m_{\gamma'}^2, \quad (213)$$

$$J'_{12} = -J''_{21} = -\frac{r' k_{\perp} (k_{\perp}^2 - M^2 z^2 + m_{\gamma'}^2 (1 - z))}{2Mz(1 - z)}, \quad (214)$$

$$J''_{12} = -J'_{21} = -\frac{r'k_{\perp}Mz}{1-z}, \quad (215)$$

$$I'_{22} = \frac{4k_{\perp}^2 + m_{\gamma'}^2 z^2}{4(1-z)}, \quad (216)$$

$$I''_{22} = \frac{2(k_{\perp}^2 - M^2 z^2 + m_{\gamma'}^2(1-z))^2 + k_{\perp}^2 z^2 (4M^2 + m_{\gamma'}^2)}{4M^2 z^2 (1-z)}, \quad (217)$$

$$J'_{22} = -J''_{22} = -\frac{r'k_{\perp}(2k_{\perp}^2 - 2M^2 z^2 - m_{\gamma'}^2(z^2 - 2))}{4Mz(1-z)}. \quad (218)$$

D Численные приближения для вспомогательных сечений

Ниже приведены численные параметры подгонки вспомогательных сечений (101) в мкб в зависимости от параметров $x \equiv P/\Gamma\text{эВ}$ и $y \equiv m_{\gamma'}/\Gamma\text{эВ}$, полученные отдельно для малого импульса налетающего протона, $x \in [15, 50]$,

$$\sigma_D/\text{мкб} = D_{-3}/y^3 + D_{-2}/y^2 + \hat{D}_{-2}x^{1/4}/y^2 + D_{-1}/y + \hat{D}_{-1}x^{1/4}/y + D_0 + \hat{D}_0x^{1/4} + D_1y + \hat{D}_1x^{1/4}y + D_2y^2, \quad (219)$$

$$\sigma_P/\text{мкб} = P_{-3}/y^3 + P_{-2}/y^2 + P_{-1}/y + P_0 + \hat{P}_0x^{1/4} + P_1y + \hat{P}_1x^{1/4}y + P_2y^2, \quad (220)$$

$$\sigma_I/\text{мкб} = \mathcal{I}_{-3}/y^3 + \mathcal{I}_{-2}/y^2 + \mathcal{I}_{-1}/y + \hat{\mathcal{I}}_{-1}y^{-1} \ln x + \mathcal{I}_0 + \hat{\mathcal{I}}_0 \ln x + \mathcal{I}_1y + \hat{\mathcal{I}}_1y \ln x + \mathcal{I}_2y^2, \quad (221)$$

и для большого импульса налетающего протона, $x \in [50, 450]$,

$$\sigma_D/\text{мкб} = D_{-3}/y^3 + D_{-2}/y^2 + \hat{D}_{-2}x^{1/4}/y^2 + D_{-1}/y + \hat{D}_{-1}x^{1/4}/y + D_0 + \hat{D}_0x^{1/4} + D_1y + D_2y^2, \quad (222)$$

$$\sigma_P/\text{мкб} = P_{-3}/y^3 + P_{-2}/y^2 + P_{-1}/y + P_0 + \hat{P}_0x^{1/4} + P_1y + P_2y^2, \quad (223)$$

$$\sigma_I/\text{мкб} = \mathcal{I}_{-3}/y^3 + \mathcal{I}_{-2}/y^2 + \hat{\mathcal{I}}_{-2}x^{1/4}/y^2 + \mathcal{I}_{-1}/y + \hat{\mathcal{I}}_{-1}x^{1/4}/y + \mathcal{I}_0 + \hat{\mathcal{I}}_0x^{1/4} + \mathcal{I}_1y + \mathcal{I}_2y^2, \quad (224)$$

где все значения параметров приведены в таблицах 6 и 7 соответственно.

Также на рисунках 18, 19 представлены линии уровня относительного отклонения прямого результата интегрирования от численного приближения для

D_{-3}	$-6.20 \cdot 10^{-2}$	D_1	-4.93	\hat{P}_0	1.98	$\hat{\mathcal{I}}_{-1}$	$5.01 \cdot 10^{-2}$
D_{-2}	4.48	\hat{D}_1	-1.22	P_1	0.470	\mathcal{I}_0	-4.59
\hat{D}_{-2}	5.42	D_2	1.12	\hat{P}_1	-0.627	$\hat{\mathcal{I}}_0$	0.875
D_{-1}	-9.53	P_{-3}	$1.72 \cdot 10^{-2}$	P_2	0.261	\mathcal{I}_1	0.891
\hat{D}_{-1}	-6.60	P_{-2}	-0.376	\mathcal{I}_{-3}	$1.98 \cdot 10^{-2}$	$\hat{\mathcal{I}}_1$	-0.348
D_0	7.59	P_{-1}	2.83	\mathcal{I}_{-2}	-0.441	\mathcal{I}_2	0.183
\hat{D}_0	5.35	P_0	-4.29	\mathcal{I}_{-1}	3.28		

Таблица 6: Значения параметров подгонки для вспомогательных сечений (219)–(221) и импульса налетающего протона $15 \text{ ГэВ} < P < 50 \text{ ГэВ}$.

D_{-3}	$-4.52 \cdot 10^{-2}$	D_1	-10.2	P_1	-0.902	\mathcal{I}_0	-1.32
D_{-2}	15.3	D_2	1.53	P_2	0.276	$\hat{\mathcal{I}}_0$	$6.41 \cdot 10^{-2}$
\hat{D}_{-2}	1.24	P_{-3}	$1.99 \cdot 10^{-2}$	\mathcal{I}_{-3}	$2.16 \cdot 10^{-2}$	\mathcal{I}_1	-0.565
D_{-1}	-24.5	P_{-2}	-0.435	\mathcal{I}_{-2}	-0.432	\mathcal{I}_2	0.226
\hat{D}_{-1}	-1.28	P_{-1}	3.30	$\hat{\mathcal{I}}_{-2}$	$-1.28 \cdot 10^{-2}$		
D_0	22.9	P_0	-0.694	\mathcal{I}_{-1}	3.08		
\hat{D}_0	0.664	\hat{P}_0	0.289	$\hat{\mathcal{I}}_{-1}$	0.182		

Таблица 7: Значения параметров подгонки для вспомогательных сечений (222)–(224) и импульса налетающего протона $50 \text{ ГэВ} < P < 450 \text{ ГэВ}$.

малых и больших импульсов налетающего протона.

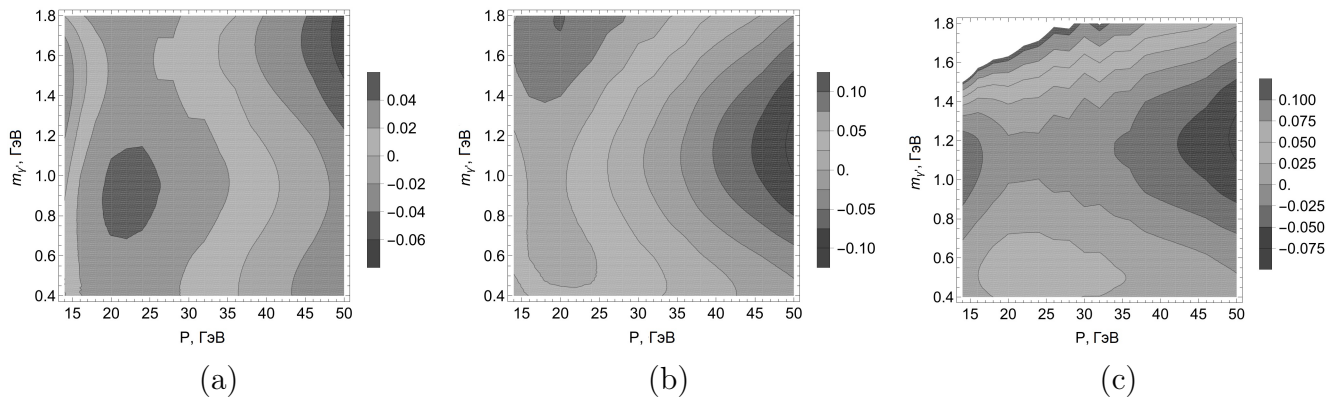


Рис. 18: Относительное отклонение проинтегрированных вспомогательных сечений (а) Дирака, (б) Паули, (с) интерференции (101) от численного приближения (219)–(221) для импульса налетающего протона $15 \text{ ГэВ} < P < 50 \text{ ГэВ}$.

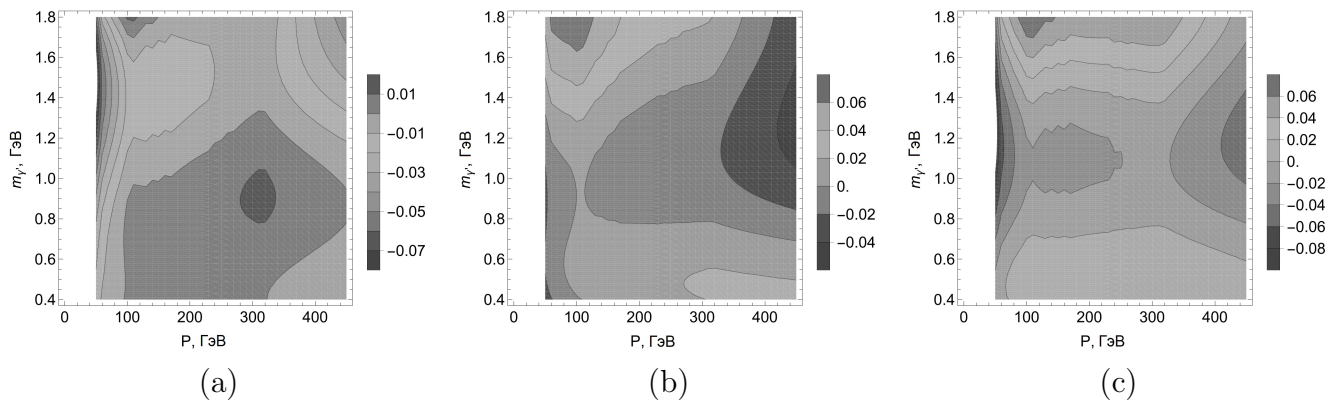


Рис. 19: Относительное отклонение проинтегрированных вспомогательных сечений (а) Дирака, (б) Паули, (с) интерференции (101) от численного приближения (222)–(224) для импульса налетающего протона $50 \text{ ГэВ} < P < 450 \text{ ГэВ}$.