

На правах рукописи

Фархтдинов Булат Ринатович

Процессы многочастичного рождения
в квантовой теории поля

1.3.3 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2023

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН).

Научный руководитель:

Демидов Сергей Владимирович, кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН), отдел теоретической физики, старший научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Барвинский Андрей Олегович, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, лаборатория теории фундаментальных взаимодействий, высококвалифицированный ведущий научный сотрудник.

Шнир Яков Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, Международная межправительственная организация Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ), лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, ведущий научный сотрудник.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение «Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»» (НИЦ «Курчатовский институт») (г. Москва).

Защита состоится _____ в _____ часов на заседании диссертационного совета 24.1.163.01 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерных исследований Российской академии наук по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН и на сайте www.inr.ru.

Автореферат разослан _____

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.163.01,
кандидат физ.-мат. наук

Демидов Сергей Владимирович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности.

Квантовая теория поля является основным инструментом теоретического описания микромира. На её языке сформулирована Стандартная Модель физики элементарных частиц, которая включает все известные на данный момент типы взаимодействий, за исключением гравитационного. Несмотря на имеющиеся указания на существование физики за её пределами, Стандартная Модель успешно описывает подавляющее большинство экспериментальных данных. Этот успех в значительной степени обусловлен применимостью основного метода для вычисления амплитуд рассеяния и распада частиц в квантовой теории поля — теории возмущений. Известно, однако, что в ряде случаев этот метод оказывается неприменимым даже в режиме слабой связи. Примером такой ситуации является многочастичное рождение в скалярных теориях поля с малой константой связи, которое и является предметом изучения в настоящей диссертации.

Впервые на необходимость выхода за рамки теории возмущений для описания многочастичного рождения было указано при рассмотрении инстантонных процессов в электрослабой теории. Их вероятности являются экспоненциально подавленными при низких энергиях. Однако, если конечное состояние содержит большое число бозонов n , подавление уменьшается [4; 5] за счет того, что вероятности растут с увеличением n , как $n!$. Позже подобный факториальный рост был обнаружен для процессов рождения большого числа бозонов (многочастичное рождение) в слабо связанных скалярных теориях поля. Так, в теории скалярного поля с действием

$$S = \int d^4x \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{4}\phi^4 \right], \quad (1)$$

амплитуда $1 \rightarrow n$ распада виртуальной частицы в n реальных покоящихся частиц

$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow n} = \left\langle n, E = nm \left| \hat{\mathcal{S}}\hat{\phi} \right| 0 \right\rangle, \quad (2)$$

где $\hat{\mathcal{S}}$ обозначает S-матрицу, а оператор $\hat{\phi}$ рождает виртуальную частицу в начальном состоянии¹, даётся на древесном уровне следующим выражением [6]

$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{\text{tree}} = n! \left(\frac{\lambda}{8m^2} \right)^{\frac{n-1}{2}}, \quad n \text{ — нечётные.} \quad (3)$$

Если амплитуда слабо зависит от импульсов вблизи порога, то вероятность

¹ Процесс $1 \rightarrow n$ можно связать с физически возможным, например, добавив в теорию дополнительное фермионное поле ψ , взаимодействие Юкавы вида $y\phi\bar{\psi}\psi$ и рассматривая многочастичное рождение $\psi\bar{\psi} \rightarrow n\phi$ в лидирующем порядке по константе связи y .

$\mathcal{P}_{1 \rightarrow n}(E)$ рассматриваемого процесса при энергии E можно оценить как

$$\mathcal{P}_{1 \rightarrow n}(E) \sim |\mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{\text{tree}}|^2 \frac{\mathcal{V}_n}{n!} \sim n! \lambda^n \varepsilon^{\frac{3n}{2}}, \quad (4)$$

где \mathcal{V}_n — n -частичный фазовый объём, $n!$ в знаменателе учитывает тождественность частиц в конечном состоянии и

$$\varepsilon = \frac{E - mn}{n} \ll m. \quad (5)$$

Подобное поведение древесных амплитуд было обнаружено в широком классе бозонных теорий как на пороге [6; 7] так и вне его [8; 9], и оно связано с факториальным ростом числа диаграмм Фейнмана, дающих вклад в амплитуду процесса при увеличении числа n бозонов в конечном состоянии [6; 10]. Экстраполяция факториального роста вероятности (4) в область больших n противоречит унитарности. Основанные на ней аргументы, приведенные в работах [11; 12], свидетельствуют о том, что при достаточно больших $n \gtrsim \lambda^{-1}$ вероятность $\mathcal{P}_{1 \rightarrow n}(E)$ должна быть подавлена сильнее чем любая степень λ . Как следствие, древесное поведение многочастичных амплитуд и вероятностей вида (3) и (4) должно существенно меняться при учете петлевых поправок. В частности, в теории (1) однопетлевая поправка к древесной амплитуде на пороге (3) при $1 \ll n \ll \lambda^{-1}$ имеет вид [13]

$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{1\text{-loop}} = \mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{\text{tree}} \lambda (Bn^2 + \mathcal{O}(n)), \quad (6)$$

где B — константа, определяемая формулой ($\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{\mathbf{k}^2 + 1}$)

$$B = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{9}{8\omega_{\mathbf{k}}(\omega_{\mathbf{k}}^2 - 1)(\omega_{\mathbf{k}}^2 - 4)} = \frac{3^{3/2}}{64\pi^2} \left[i\pi - \ln(7 + 4\sqrt{3}) \right]. \quad (7)$$

Анализ многопетлевых поправок выявил больше интересных особенностей рассматриваемых амплитуд [9; 14]. Число диаграмм для n -частичного рождения в L петлях растёт как $n^{2L}n!$ [9; 13; 15]. В результате лидирующие (в каждом порядке по λ) по n петлевые вклады в амплитуды представляют собой ряд по λn^2 , причем коэффициенты этого ряда определяются однопетлевым результатом (6). Эти вклады можно пересуммировать во всех порядках теории возмущений [9], что приводит к следующему экспоненциальному виду для амплитуды

$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow n} = \mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{\text{tree}} \left(e^{B\lambda n^2} + \dots \right), \quad (8)$$

где многоточием обозначены члены ряда с меньшими степенями n в каждом порядке по λ , оставшиеся после частичного суммирования. Дальнейший анализ показал, что лидирующие по n поправки к древесным амплитудам многоча-

стичного рождения по ε вблизи порога, т.е. при $\varepsilon \ll m$, также экспоненцируются [9]:

$$\mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{\text{tree}}(p_1, \dots, p_n) = \mathcal{A}_{1 \rightarrow n}^{\text{tree}} \left(e^{-\frac{5n\varepsilon}{6m}} + \dots \right). \quad (9)$$

Эти наблюдения привели к формулировке гипотезы о том, что вероятность многочастичного рождения в режиме $\lambda \rightarrow 0$ и фиксированных значениях ε и λn имеет экспоненциальный вид [9]

$$\mathcal{P}_{1 \rightarrow n}(E) \propto e^{F(\lambda n, \varepsilon)/\lambda}. \quad (10)$$

Кроме того, явные вычисления, проведенные в работах [9; 14], продемонстрировали, что экспонента подавления вероятности, т.е. величина $F(\lambda n, \varepsilon)$, по-видимому, обладает свойством *универсальности*, т.е. она не зависит от начального состояния при условии, что последнее содержит достаточно малое число частиц $n_i \ll \lambda^{-1}$.

Экспоненциальная форма вероятности (10) и универсальность экспоненты подавления позволяют предположить, что многочастичное рождение может быть описано квазиклассическими методами при $\lambda \rightarrow 0$ и фиксированных λn и ε . Этот режим соответствует слабой связи и большим числам заполнения в конечном состоянии. В литературе обсуждались различные варианты применения квазиклассического подхода к изучению многочастичного рождения [16—21]. Все они в той или иной степени используют решения классических уравнений поля. Так, в одном из предложенных подходов предлагается рассмотреть вместо процессов рассеяния “мало” \rightarrow “много” процессы “много” \rightarrow “много” и изучить классический аналог квантового рассеяния — рассеяние классических волновых пакетов [21]. Свободные волны в квантовой теории соответствуют когерентным состояниям с некоторыми средними значениями энергии E и числа заполнения n , причем применимость такого соответствия оправдана при $n \gg 1$. Классическим аналогом процесса многочастичного рассеяния $n_i \rightarrow n_f$ при энергией E и $n_i, n_f \gg 1$ служит рассеяние волновых пакетов с теми же характеристиками. С точки зрения квантовой теории соответствующее решение классических уравнений поля будет являться седловой точкой в интеграле по траекториям для вероятности квантового перехода. При этом, поскольку такой процесс классически разрешён, то ожидается, что эта вероятность не будет экспоненциально подавлена. Нахождение множества таких решений дает возможность найти классически разрешённую область процессов многочастичного рассеяния и, в частности, выяснить, находится ли в ней наиболее интересный класс процессов рассеяния, в которых начальное состояние содержит малое число частиц, таких как, например, $2 \rightarrow n_f$. Глава 1 диссертации посвящена детальному изучению классических процессов рассеяния и нахождению классически разрешенных областей многочастичного рассеяния в этой теории.

Исследование классического рассеяния волновых пакетов может дать лишь указание на экспоненциальное подавление вероятности процессов многочастич-

ного рождения, но оно не позволяет ничего сказать о величине их вероятности. Среди предложенных в литературе квазиклассических подходов для непосредственного вычисления вероятности многочастичного рождения наибольший интерес представляет метод сингулярных решений Д.Т. Шона [20]. Данный подход представляет собой теоретико-полевое обобщение метода Л.Д. Ландау квазиклассического вычисления матричных элементов в квантовой механике [22] в применении к многочастичному рождению. Метод сингулярных решений сводит вычисление квазиклассической экспоненты подавления $F(\lambda n, \varepsilon)$, входящей в (10), к нахождению определенного сингулярного комплекснозначного решения классических уравнений поля и вычислению классического действия на этом решении. В работе Д.Т. Шона [20] была выведена граничная задача, которой должна удовлетворять соответствующая сингулярная полевая конфигурация. При этом, снова сперва рассматривается многочастичное рождение из начального состояния с большим числом частиц. Вероятность такого процесса может быть вычислена квазиклассическими методами — путем нахождения седловой точки соответствующего функционального интеграла. После этого берется предел малого количества частиц в начальном состоянии и используется предположение об универсальности экспоненты подавления. В этом пределе седловое решение становится сингулярным. Метод сингулярных решений применим при $n \gg 1$ и, в частности, в интересном случае $n \gtrsim \lambda^{-1}$. С его помощью в оригинальной работе [20] были восстановлены уже известные на тот момент древесный и однопетлевой вклады в экспоненту подавления вероятности многочастичного рождения на пороге в теории с действием (1). В последующих работах [23; 24] при помощи этого метода в режиме $n \ll \lambda^{-1}$ была получена поправка к экспоненте подавления порядка ε^2/m^2 вблизи порога, а также оценка для экспоненты при $\varepsilon \gtrsim m$ [24; 25]. Но, несмотря на упомянутое выше активное развитие эффективных квазиклассических методов, достоверный ответ для вероятности многочастичного рождения в режиме очень большого числа частиц $n \gg \lambda^{-1}$ так и не был получен. Основная причина состоит в сложности даже численного нахождения решений граничной задачи квазиклассического метода Д.Т. Шона, что обусловлено, в частности, их сингулярной природой. Результаты, представленные в главах 2 и 3 диссертации, восполняют этот пробел.

Основная часть описанных выше результатов была получена в 90-х годах прошлого века. Однако, в последнее время отмечается повышенный интерес к этой теме, что связано, в том числе, с открытием скалярного бозона Хиггса. Вопрос об экспоненциальном подавлении вероятности процессов многочастичного рождения был вновь поставлен в контексте гипотезы о “Хиггсовском взрыве” (от англ. — Higgspllosion), предложенной в работах [26; 27]. Согласно этой гипотезе, вероятность множественного рождения бозонов Хиггса в столкновениях частиц высоких энергий не является экспоненциально подавленной. В частности, для экспоненты подавления вероятности рождения n нерелятивистских бозонов Хиггса в результате столкновения глюонов было предложено следующее

выражение

$$F_{\text{Higgspllosion}} \approx \lambda n \ln \frac{\lambda n}{4} + \frac{3}{2} \lambda n \ln \frac{\varepsilon}{3\pi m} + \frac{\lambda n}{2} + 0.854 (\lambda n)^{3/2} \quad \text{при } n \leq n_*. \quad (11)$$

Здесь параметр m — масса хиггсовского бозона, λ — константа его самодействия, а n_* определяется из условия $F_{\text{Higgspllosion}}(\lambda n_*) = 0$. Важно отметить, что выражение (11) было получено аналитически в квазиклассическом приближении с использованием метода Д.Т. Шона [20], а также ряда дополнительных приближений, связанных с определенными предположениями о структуре сингулярных решений [27]. Формально, оно может быть применимо в областях значений конечного числа частиц $n \leq n_* \sim 3.08 \lambda^{-1} \ln^2(\varepsilon/m)$, где экспонента не положительна. При $n \approx n_*$ вероятность процесса перестаёт быть подавленной и, поскольку вероятность не может быть экспоненциально большой, естественно ожидать, что при бóльших n поправки к уравнению (11) начинают доминировать и могут сделать теорию унитарной [26; 28]. Результат (11) как и гипотеза о “Хиггсовском взрыве” вызвали критику в ряде работ [28–30], как противоречащие самосогласованности квантовой теории. В частности, было указано на то, что они не согласуются с постулатом локальности в квантовой теории [29], а также вступают в противоречие с выводами, следующими из дисперсионных соотношений [11; 31; 32]. На текущий момент обсуждение этих вопросов ещё ведётся [33], однако даже при ограниченной применимости формулы (11), она может ощутимо изменить феноменологию хиггсовского бозона, приводя к подавленному множественному рождению этих частиц в столкновениях частиц высоких энергий и в распадах новых тяжёлых резонансов [26; 34]. Для разрешения данного весьма актуального вопроса требуется развитие численных методов получения сингулярных решений, возникающих в результате применения квазиклассического метода Д.Т.Шона, и получение надежных результатов для вероятности многочастичного рождения в области больших n .

Цели и задачи диссертационной работы: Целью настоящей работы является изучение процессов многочастичного рождения методами классической и квантовой теории поля в приложении к теории действительного скалярного поля с потенциалом $\lambda\phi^4$ и ненарушенной \mathbb{Z}_2 симметрией. Она разбивается на следующие три задачи.

Во-первых, необходимо определить классически разрешённую область процессов многочастичного рассеяния $n_i \rightarrow n_f$ при энергии E и $n_i, n_f \gg 1$. Эта задача решается при помощи исследования классического рассеяния волновых пакетов, имеющих полную энергию λE и числа заполнения $\lambda n_i, \lambda n_f$ в начальной и конечной полевой конфигурации, соответственно. Случаю многочастичного рождения соответствует предел $\lambda n_i \rightarrow 0$. В силу того, что вероятности процессов, соответствующих классически разрешённому рассеянию, не являются экспоненциально подавленными, близость границы классически разрешённой области к малым значениям λn_i при фиксированных λE и λn_f была бы

указанием на возможное отсутствие экспоненциального подавления вероятностей многочастичного рождения. И наоборот, если рассеяние “мало” \rightarrow “много” лежит глубоко в классически запрещённой области, это будет указанием на экспоненциальное подавление вероятности.

Во-вторых, необходимо разработать численный метод на основе квазиклассического метода сингулярных решений Д.Т. Шона [20], позволяющий вычислять вероятности многочастичного рождения. Необходимо убедиться, что построенная численная процедура воспроизводит известные результаты при малых значениях λn .

В-третьих, при помощи разработанного численного метода необходимо получить вероятности многочастичного рождения в широких диапазонах параметров λn и ε , выяснить поведение вероятности в пределе больших λn , а также изучить свойства квазиклассических решений.

Научная новизна.

Все результаты, полученные в настоящей работе, являются новыми.

Проведенное численное моделирование процессов рассеяния классических волновых пакетов в теории $\lambda\phi^4$ впервые позволило получить границы классически разрешённой области многочастичного рассеяния, а также найти классические полевые конфигурации, соответствующие максимальному изменению числа частиц. В результате данного исследования было впервые показано, что в этой теории процессы многочастичного рождения лежат глубоко в классически запрещённой области.

Впервые разработан численный алгоритм, реализующий квазиклассический метод сингулярных решений Д.Т. Шона для нахождения экспоненты подавления вероятности процессов многочастичного рождения. Разработанный численный метод позволил впервые надёжно получить вероятности многочастичного рождения для ранее не изученного широкого интервала по $\lambda n \gtrsim 1$ и набора ε от $0.35m$ до $5m$ (m — масса скалярного бозона), в том числе были получены результаты в пределе $\lambda n \rightarrow +\infty$. Было непосредственно продемонстрировано экспоненциальное подавление вероятностей многочастичного рождения в теории $\lambda\phi^4$ с ненарушенной \mathbb{Z}_2 симметрией.

Теоретическая и практическая значимость.

Результаты исследования классического рассеяния волновых пакетов в теории $\lambda\phi^4$ продемонстрировали, что процессы многочастичного рождения (“мало” \rightarrow “много”) лежат глубоко в классически запрещённой области. Предложенная численная процедура может быть использована для установления границы классически разрешённой области многочастичного рассеяния в других моделях.

Численная реализация квазиклассического метода сингулярных решений Д.Т. Шона служит мощным инструментом для исследования многочастичных процессов. Она позволяет получать вероятности этих процессов для значений $\lambda n \gtrsim 1$ недоступных аналитическому описанию. Полученные с помощью этого метода результаты продемонстрировали экспоненциальное подавление вероят-

ности многочастичного рождения в скалярной теории $\lambda\phi^4$ с ненарушенной \mathbb{Z}_2 симметрией. Также удалось найти поведение вероятности в пределе $\lambda n \rightarrow +\infty$. Разработанная численная реализация метода Д.Т. Шона может быть применена для изучения многочастичного рождения в других бозонных теориях и, в частности, в интересном случае теории $\lambda\phi^4$ с нарушенной \mathbb{Z}_2 симметрией, моделирующей самодействие поля бозона Хиггса Стандартной Модели.

Методология и методы исследования. При исследовании рассеяния классических волновых пакетов в теории с потенциалом $\lambda\phi^4$ использовались стандартные численные методы решения уравнения поля: преобразование Фурье по пространственным переменным и метод Булирша-Штоера для решения оставшегося обыкновенного дифференциального уравнения по времени [35]. Численный поиск минимума начального числа частиц при фиксированном конечном осуществлялся при помощи стохастического варьирования полевой конфигурации и метода имитации отжига [35–37] для отбора нужных конфигураций после варьирования.

При разработке численной реализации квазиклассического метода сингулярных решений Д.Т. Шона использовались аналитические свойства сингулярных решений и метод Ньютона-Рафсона [35] для решения возникающей в этом методе граничной задачи на поле. Для ускорения вычислений использовались мощности видеокарт при помощи CUDA [38]. Физические результаты восстанавливались взятием сингулярного предела в соответствии с тем, как это происходит в методе Д.Т. Шона.

Положения, выносимые на защиту:

1. Проведено численное моделирование процессов классического рассеяния волновых пакетов в теории с потенциалом $\lambda\phi^4$ и ненарушенной \mathbb{Z}_2 симметрией. Соответствующие классические решения характеризуются энергией E , а также начальным n_i и конечным n_f числами частиц. Разработан алгоритм численного нахождения классически разрешённой области пространства параметров E , n_i и n_f , найдена её граница для ряда значений начального числа частиц n_i и изучены свойства классических решений вблизи этой границы. Численно продемонстрировано существование нетривиального минимального начального числа частиц n_i при фиксированных E и n_f , причём $n_i \sim n_f$, что указывает на экспоненциальное подавление процессов многочастичного рождения в столкновениях малого числа частиц.
2. Разработан и реализован численный алгоритм, позволяющий находить вероятности многочастичного рождения для произвольных энергии и числа частиц конечного состояния с помощью квазиклассического метода сингулярных решений Д.Т. Шона в скалярных теориях поля.
3. Вычислена экспонента подавления вероятности многочастичного рождения в теории с потенциалом $\lambda\phi^4$ и ненарушенной \mathbb{Z}_2 симметрией для числа

частиц в конечном состоянии $n \gtrsim \lambda^{-1}$. Показано, что процессы многочастичного рождения в этой теории остаются экспоненциально подавленными при произвольно больших n и фиксированной средней кинетической энергии на частицу. Численно получена асимптотика экспоненты подавления при $\lambda n \rightarrow +\infty$.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность полученных результатов обоснована использованием стандартных численных методов и методов теории поля, а также их сравнением с уже известными результатами.

Публикации [1–3], подготовленные по результатам, полученным в настоящей диссертационном исследовании, были опубликованы в международных изданиях, где прошли процедуру рецензирования.

Результаты работы докладывались на следующих российских и международных семинарах и конференциях:

1. Международная конференция-конкурс молодых физиков, ФИАН, Москва. 5 марта 2018 г.
2. Физика элементарных частиц и космология 2018, ФИАН, Москва. 9 – 10 апреля 2018 г.
3. 61-ая Всероссийская научная конференция МФТИ, МФТИ, Долгопрудный. 19 - 25 ноября 2018 г.
4. 43rd IMPRS Workshop, Общество Макса Планка, Мюнхен. 20 марта 2019 г.
5. Young scientists forum of Moscow International School of Physics 2020, Воронеж. 3-9 марта 2020 г.
6. 63-я Всероссийская научная конференция МФТИ, Google Meet. 23-29 ноября 2020 г.
7. X Межинститутская молодежная конференция Физика элементарных частиц и космология 2021, Zoom. 20 апреля 2021 г.
8. International Conference on Quantum Field Theory, High-Energy Physics, and Cosmology, ОИЯИ, Дубна. 18-21 июля 2022 г.

Также по материалам диссертации были сделаны доклады на научных семинарах в Институте ядерных исследований РАН, Университете Южной Каролины, Московском физико-техническом институте и в Институте теоретической и математической физики Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова.

Публикации. По итогам исследования были опубликованы работы [1—3] в международных рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК. Также были опубликованы труды конференций

- Demidov S. V., Farkhtdinov B. R. Constraints on multiparticle production in scalar field theory from classical simulations // EPJ Web Conf. / под ред. V. E. Volkova [и др.]. — 2018. — Т. 191. — С. 02021.
- Демидов С.В., Фархтдинов Б.Р. Многочастичное рождение в теории скалярного поля // Физическое образование в вузах. — 2018. — Т.24 — С.109-110.
- Фархтдинов Б.Р. Многочастичное рождение в теории скалярного поля // Проблемы современной физики-2016. Труды 59-й научной конференции МФТИ. — 2016. — С.136-138.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертации, получены лично автором либо при его непосредственном участии.

Структура и объём диссертации. Объём текста составляет 118 страниц, включает в себя 32 рисунка. В списке литературы 76 наименований.

Содержание работы

Во Введении обосновывается актуальность исследования процессов многочастичного рождения в квантовой теории поля и степень разработанности этой темы, формулируются цели и задачи проведённых исследований, аргументируется их научная новизна, указывается практическая значимость полученных результатов, описывается используемая методология. В разделе представляются выносимые на защиту научные положения, сведения об апробации работы, публикациях по теме диссертации, личном вкладе автора, структуре и объёме диссертации.

В первой главе диссертации процессы многочастичного рождения в теории скалярного поля с действием (1) изучаются методами классической теории поля. Для этого мы рассматриваем классический аналог многочастичного рассеяния $n_i \rightarrow n_f$ — рассеяние волновых пакетов, которое описывается решениями классического уравнения движения. При условии, что эти решения линеаризуются при $t \rightarrow \pm\infty$, соответствующие начальные и конечные полевые конфигурации могут быть сопоставлены когерентным состояниям квантовой теории, имеющим средние значения энергии E и числа частиц n_i и n_f . Процессы, которые описываются такими решениями, составляют классически разрешённую область в пространстве (E, n_i, n_f) , и их вероятности не являются экспоненциально подавленными. Для некоторых фиксированных значений энергии E_* и конечного числа частиц n_f можно попытаться минимизировать начальное число

частиц n_i , оставаясь в классически разрешённой области. Если минимум доходит до области $n_i \ll \lambda^{-1}$ при какой-то энергии, то ожидается, что вероятности процессов при энергиях выше неё не будут экспоненциально подавлены [21]. Напротив, существование нетривиального минимума при больших значениях $n_i^{\min} \sim \lambda^{-1}$ будет аргументом в пользу экспоненциального подавления процессов рассеяния $n_i \rightarrow n_f$ для $n_i < n_i^{\min}$, в том числе и процессов многочастичного рождения.

Первая глава посвящена поиску классических решений в теории с действием (1), описывающих рассеяние волн с максимальным изменением числа частиц. Для получения классически разрешённой области в пространстве параметров (E, n_i, n_f) используется оптимизация начальной полевой конфигурации с помощью метода стохастического варьирования и метода имитации отжига [35–37]. Мы ограничиваемся рассмотрением сферически симметричных полевых конфигураций. В силу предположения об универсальности ожидается, что экспонента подавления вероятности многочастичного рождения не зависит от конкретного вида начального состояния при $n_i \ll \lambda^{-1}$. Поэтому ожидается, что вывод об экспоненциальном подавлении многочастичного рождения можно сделать на основании рассмотрения рассеяния сферически симметричных волновых пакетов. С другой стороны, сферическая редукция сводит изначальную $(3+1)$ -мерную задачу к $(1+1)$ -мерной, в которой из переменных остаются только время t и радиальная координата r , что существенно упрощает вычисления. Также оказалось удобнее фиксировать не конечное число частиц n_f , а начальное n_i и искать минимум значений n_f . Этот подход эквивалентен фиксации конечного числа частиц и поиску минимума для начального в силу того, что классическое уравнение поля инвариантно относительно отражения времени $t \rightarrow -t$. Таким образом, если существует классическое решение, описывающее рассеяние $n_i \rightarrow n_f$, всегда можно построить второе решение, соответствующее $n_f \rightarrow n_i$, эволюционируя первое решение обратно во времени.

Раздел 1.1 содержит вводную часть.

В Разделе 1.2 обсуждается постановка задачи рассеяния сферически симметричных волновых пакетов в теории с действием (1). В нём описывается метод решения получаемого уравнения поля, а также вводятся величины \tilde{E} и \tilde{N} , в терминах которых представляются результаты текущей главы

$$\tilde{E} = \frac{\lambda E}{4\pi}, \quad \tilde{N}_{i,f} = \frac{\lambda n_{i,f}}{4\pi}. \quad (12)$$

В Разделе 1.3 описывается численный алгоритм поиска классически разрешённой области процессов рассеяния волновых пакетов в теории (1) на основе стохастической выборки вместе с методом имитации отжига [35–37] для поиска начальных полевых конфигураций, приводящих к максимальному изменению числа частиц при рассеянии.

Метод сводится к созданию ансамбля классических решений, уравнения

поля, имеющих фиксированное начальное число частиц, причём каждое решение входит в ансамбль с вероятностью

$$p \propto e^{-\mathcal{F}}, \quad (13)$$

где функционал в экспоненте выбирается в виде

$$\mathcal{F} = \beta \left(\tilde{N}_f + \xi (\tilde{E} - \tilde{E}_*)^2 \right). \quad (14)$$

Если взять достаточно большие положительные числа β и ξ , в ансамбле наиболее вероятными будут решения с наименьшим \mathcal{F} , то есть решения с наименьшим возможным \tilde{N}_f и с энергией, близкой к \tilde{E}_* . Для получения ансамбля решений с наибольшими значениями \tilde{N}_f и энергией, близкой к \tilde{E}_* , оба параметра β , ξ должны быть выбраны отрицательными. Различные решения получаются путём стохастического варьирования начальной конфигурации, находящейся в линейном режиме, по её амплитудам разложения в ряд Фурье по пространственной переменной r .

В Разделе 1.4 представлены численные результаты, полученные при изучении классического рассеяния волновых пакетов в теории (1). Были найдены классически разрешённые области процессов многочастичного рассеяния в пространстве (\tilde{E}, \tilde{N}_f) для нескольких значений $\tilde{N}_i = 0.1, 1, 10, 30$. При этом использовались следующие значения \tilde{E}_*/\tilde{N}_i

$$\frac{\tilde{E}_*}{\tilde{N}_i} = 1.5, 2, \dots, 9.5, 10, 11, \dots, 14, 15. \quad (15)$$

В результате был получен дискретный набор $\tilde{N}_f^{\min}(\tilde{E})$ и $\tilde{N}_f^{\max}(\tilde{E})$, по которому восстанавливалась форма классически разрешённой области. Изменение числа частиц зависит от числа частиц в начальном состоянии и от энергии. С ростом обоих параметров максимальное изменение числа частиц увеличивается. При $\tilde{N}_i = 0.1$ наблюдается самое слабое относительное изменение числа частиц — около 0.33%, при $\tilde{N}_i = 1$ изменение не превосходит 12%, при $\tilde{N}_i = 10$ оно составляет примерно 20%, при $\tilde{N}_i = 30$ оно не превосходит 22%. Все эти области изображены на Рис. 1. Видно, что процессы многочастичного рождения, соответствующие $\tilde{N}_f/\tilde{N}_i \ll 1$ (используется симметрия $t \rightarrow -t$) лежат глубоко в классически запрещённой области.

В разделе также были описаны свойства начальных и конечных конфигураций классических решений, приводивших к максимальному изменению числа частиц за процесс рассеяния. Все они состояли из одного или нескольких цугов волн, имеющих “жёсткую” часть, содержащую острый пик, и примыкающую к нему мягкую осциллирующую часть. При этом с ростом числа частиц в начальном состоянии число этих цугов в начальной и конечной конфигурациях решений, относящихся к границе классически разрешённой области, растёт.

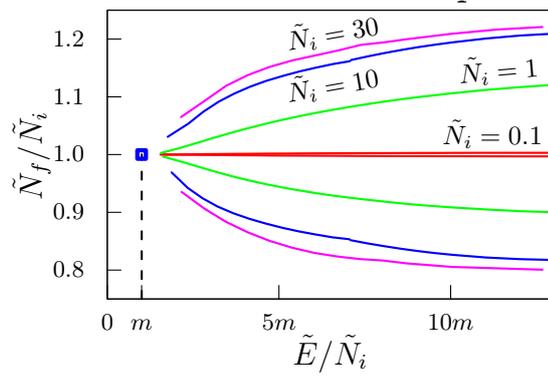


Рис. 1. Область классически разрешённых процессов рассеяния в плоскости $(\tilde{E}/\tilde{N}_i, \tilde{N}_f/\tilde{N}_i)$ для различных \tilde{N}_i .

При $\tilde{N}_i = 10$ и 30 число цугов у полученных решений также увеличивается при росте энергии. Также в разделе была описана зависимость полученных классически разрешённых областей от параметров решётки и прочих параметров численного метода. На основе этих данных были сформулированы критерии, по которым решалось, что граница классически разрешённой области найдена с приемлемой численной точностью.

В Раздел 1.5 помещены выводы к главе.

Результаты первой главы опубликованы в работе [1].

Вторая глава посвящена численной реализации квазиклассического метода сингулярных решений Д.Т. Шона [20], который позволяет вычислить вероятности многочастичного рождения, когда число частиц n в конечном состоянии велико. В диссертации этот метод применяется для теории действительного скалярного поля с действием (1). Вычисляемой величиной в этом методе является инклюзивная вероятность многочастичного рождения, то есть вероятность перехода из состояния с малым числом частиц в любое из состояний с числом частиц $n \gg 1$ и энергией E . Эта вероятность определяется следующим выражением (англ. few — мало)

$$\mathcal{P}_{\text{few} \rightarrow n}(E) \equiv \sum_f |\langle f; E, n | \hat{S} \hat{O} | 0 \rangle|^2, \quad (16)$$

где \hat{O} — некоторый оператор, рождающий начальное состояние, \hat{S} — S-матрица, а суммирование производится по всем конечным состояниям с энергией E и множественностью $n \gg 1$.

В методе Д.Т. Шона [20] вероятность (16), записанная в форме интеграла по траекториям, вычисляется методом перевала. В главном квазиклассическом приближении ответ записывается в экспоненциальном виде

$$\mathcal{P}_{\text{few} \rightarrow n}(E) \propto e^{F_{\hat{O}}(\lambda n, \varepsilon)/\lambda}, \quad (17)$$

где $F_{\hat{O}}(\lambda n, \varepsilon)$ — экспонента подавления вероятности, $\varepsilon = E/n - m$, а несущее

ственные для настоящего исследования предэкспоненциальные факторы опущены.

Важнейшим предположением для метода Д.Т. Шона является гипотеза об универсальности: если оператор \hat{O} при действии на вакуумное состояние в (16) рождает квазиклассически малое число частиц $\ll \lambda^{-1}$, то $F_{\hat{O}}(\lambda n, \varepsilon) \equiv F(\lambda n, \varepsilon)$ независимо от вида оператора \hat{O} , т.е. совпадает с экспонентой подавления вероятности многочастичного рождения (10). Квазиклассическое вычисление экспоненты подавления сводится [20] к нахождению некоторого комплекснозначного решения классического уравнения поля с граничными условиями, зависящими от λn и ε . В интересующем нас пределе квазиклассически малого ($\ll \lambda^{-1}$) числа частиц в начальном состоянии эти решения оказываются сингулярными.

Несмотря на то, что этот подход является достаточно общим, ранее он был успешно применён только в режиме $\lambda n \ll 1$, когда квазиклассические конфигурации могут быть получены аналитически при малых ε [20; 23], либо близость решений к более простым конфигурациям с дополнительными симметриями упрощает их численный поиск [24; 25]. В этой главе описан разработанный алгоритм численного нахождения экспоненты подавления многочастичного рождения для произвольных λn и ε .

Раздел 2.1 содержит введение к главе.

В Разделе 2.2 описывается метод сингулярных решений [20]. А именно, вводится используемый в методе оператор \hat{O} , задающий начальное состояние, в виде

$$\hat{O} = \exp \left\{ -\frac{1}{\lambda} \int d^3 \mathbf{x} J(\mathbf{x}) \hat{\phi}(0, \mathbf{x}) \right\}, \quad (18)$$

где используется классический источник $J(\mathbf{x})$, действующий в точке $t = 0$. При таком выборе оператора предел $J \rightarrow 0$ соответствует малому числу частиц в начальном состоянии, а экспонента вероятности многочастичного рождения $F(\lambda n, \varepsilon)$ вычисляется путём предельного перехода

$$F(\lambda n, \varepsilon) = \lim_{J \rightarrow 0} F_J(\lambda n, \varepsilon) \quad (19)$$

в силу её универсальности. Также в разделе выводится граничная задача для классического уравнения поля с источником J , комплексное решение ϕ_{cl} которого позволяет вычислить экспоненту вероятности многочастичного рождения $F_J(\lambda n, \varepsilon)$ при ненулевом $J(\mathbf{x})$. Граничные условия учитывают фиксацию числа частиц и энергии конечного состояния. Приводится формула вычисления $F_J(\lambda n, \varepsilon)$ при помощи ϕ_{cl} и его параметров. Обсуждается предел (19) и его особенности.

В Разделе 2.3 описывается поведение решений вблизи их сингулярностей. В этом случае решение можно представить в виде ряда по степеням расстояния до сингулярности с коэффициентами либо совсем не зависящими от него, либо зависящими слабо (логарифмически). В литературе такой ряд изве-

стен как логарифмический Ψ -ряд [39]. Приводятся выражения для коэффициентов Ψ -ряда в рассматриваемой теории. Обсуждаются коэффициенты, которые отвечают за произвол в общем решении уравнения вблизи сингулярности.

В Разделе 2.4 описываются свойства квазиклассических решений ϕ_{cl} вблизи “главной” сингулярности при $t = 0$, где расположен источник. Выводится зависимость коэффициентов Ψ ряда от параметров источника. Это позволяет вывести зависимость самого решения ϕ_{cl} от параметров источника, что используется при численной реализации метода и взятии предела (19).

В Разделе 2.5 описывается численная реализация граничной задачи на пространственно-временной решётке. А именно, она записывается в виде системы нелинейных алгебраических уравнений на значения поля в узлах решётки. Система уравнений решается методом Ньютона-Рафсона [35].

В Разделе 2.6 выводится решение, используемое в качестве первого приближения в методе Ньютона-Рафсона, а также приводятся детали численного взятия предела $J \rightarrow 0$ с использованием информации, описанной в Разделе 2.4. Также в разделе сделана успешная проверка гипотезы универсальности на численных данных при помощи взятия предела $J \rightarrow 0$ для различных профилей источника. А именно, мы убедились, что результат взятия предела (19) не зависит от конкретного выбора источника $J(\mathbf{x})$ в пределах численной погрешности.

В Разделе 2.7 приведены выводы к Главе 2.

Результаты второй главы опубликованы в работах [2; 3].

Третья глава посвящена проверке численного метода нахождения вероятности многочастичного рождения, который был сформулирован в Главе 2, а также обсуждению полученных с его помощью новых физических результатов и их интерпретации.

В Разделе 3.1 находится введение к главе.

В Разделе 3.2 обсуждается проверка разработанного численного метода. С этой целью было произведено сравнение вероятностей, полученных численно при $\lambda n \ll 1$, с известными древесными результатами, которые могут быть получены аналитически при $\varepsilon \ll m$ и численно при $\varepsilon \gtrsim m$. Квазиклассическая экспонента F на древесном уровне имеет следующий вид [20],

$$F = \lambda n \ln \left(\frac{\lambda n}{16} \right) - \lambda n + \lambda n f(\varepsilon) + O(\lambda n)^2, \quad (20)$$

где $f(\varepsilon)$ — некоторая функция. Петлевые поправки к экспоненте имеют порядок $O(\lambda n)^2$. При малых ε/m , т.е. вблизи порога, экспонента может быть вычислена путём суммирования диаграмм [6; 9; 13; 14]. Пертурбативный ответ в однопетлевом приближении успешно воспроизводится методом сингулярных решений [20]. Разработанный численный метод тоже воспроизводит этот ответ. Также было проведено сравнение с результатами, полученными в других работах на основе метода Д.Т. Шона [20]: с поправкой к экспоненте подавления порядка $O(\varepsilon^2)$ [23] и численными результатами при $\varepsilon \gtrsim m$ [24; 25]. В работе [24]

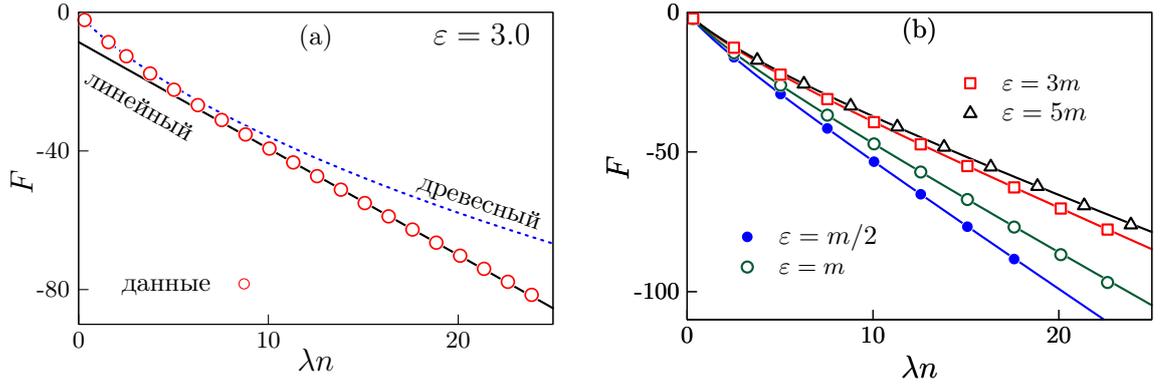


Рис. 2. (a) Экспонента $F(\lambda n, \varepsilon)$ вероятности многочастичного рождения в модели (1) при $\varepsilon = 3m$. Численные данные (круги) интерполируют между древесным результатом при $\lambda n \ll 1$ (пунктирная линия и уравнение (20)) и линейной асимптотикой (21) при $\lambda n \gg 1$ (сплошная линия). (b) Экспонента подавления F как функция от λn при фиксированном ε . Точки соответствуют численным данным, линии соответствуют интерполяциям функцией (22). Численные ошибки на обоих рисунках меньше размеров точек.

использовался анзац $O(4)$ симметричной поверхности сингулярности седлового решения ϕ_{cl} , аналитически продолженного в евклидово время. В работе [25] были учтены поправки, связанные с отклонением от $O(4)$ симметрии. Полученные нами численные результаты согласуются со всеми перечисленными выше.

В Разделе 3.3 обсуждаются результаты, полученные при $n \gtrsim \lambda^{-1}$ и произвольных ε .

Описываются свойства седловых решений ϕ_{cl} и демонстрируется, что они совпадают с предсказаниями в рамках метода [20] и анализа из Главы 2. В частности проверяется поведение решения вблизи сингулярности. Также описываются свойства решений при больших значениях λn . В частности, продемонстрирован скейлинг спектра свободных волн в конечном состоянии, который наблюдается при всех рассмотренных значениях ε , а также то, насколько свойства численных решений согласуются с предположениями, которые используются в работах [26; 27] в контексте гипотезы о “Хиггсовском взрыве”. Оказалось, что полученные решения согласуются с используемым в тех работах тонкостенным приближением, однако поведение решений в плоскости комплексного времени отличается от того, что предполагалось при выводе “Хиггсовского взрыва”. А именно, оно согласуется с поведением, которое было найдено при разложении решения в логарифмический Ψ -ряд вблизи сингулярности.

Далее в разделе рассматриваются экспоненты вероятности многочастичного рождения для очень большого числа частиц в конечном состоянии $n \gg \lambda^{-1}$. Оказывается, что полученные в этом пределе данные очень хорошо описываются линейной по λn зависимостью

$$F \rightarrow \lambda n f_{\infty}(\varepsilon) + g_{\infty}(\varepsilon) \quad \text{или} \quad \mathcal{P}_n \rightarrow e^{n f_{\infty}(\varepsilon) + g_{\infty}(\varepsilon)/\lambda} \quad \text{при} \quad \lambda n \rightarrow +\infty, \quad (21)$$

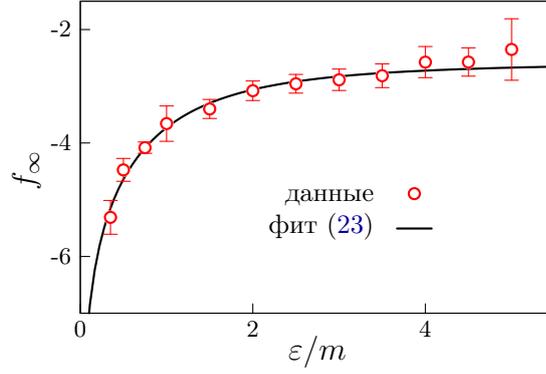


Рис. 3. Наклон $f_\infty(\epsilon)$ (см. (21)) экспоненты подавления вероятности многочастичного рождения при больших λn (круги) как функция от ϵ и интерполяция (23) (сплошная линия).

где $f_\infty(\epsilon)$ и $g_\infty(\epsilon)$ отрицательные функции. Это поведение проиллюстрировано на Рис. 2а. В силу того, что при малых λn экспонента подавления описывается древесным ответом (20), удобно использовать интерполирующую формулу

$$F \approx \lambda n f_\infty(\epsilon) - \frac{\lambda n}{2} \ln \left[\left(\frac{16}{\lambda n} \right)^2 e^{2-2f(\epsilon)+2f_\infty(\epsilon)} - \frac{2g_\infty(\epsilon)}{\lambda n} + 1 \right] \quad (22)$$

для нахождения значений $f_\infty(\epsilon)$ и $g_\infty(\epsilon)$. Здесь функция $f(\epsilon)$ та же, что фигурирует в выражении (20). Интерполяционная формула (22) имеет два свободных параметра — столько же, сколько имеет простая линейная функция, однако (22) может использовать гораздо больше точек, чем простой линейный фит при $\lambda n \gg 1$. Это повышает точность полученных результатов. На Рис. 2б точками изображены численно полученные экспоненты F при различных фиксированных значениях ϵ , как функции от λn . Сплошными линиями изображены фиты численных данных функцией (22). Видно, что они хорошо описывают данные.

Далее в этом разделе приведён анализ функции $f_\infty(\epsilon)$, полученной из выражения (21). При малых ϵ/m значение $f_\infty(\epsilon)$, что согласуется с зависимостью от ϵ у нерелятивистского фазового объёма при приближении к порогу (см. также (4)), а при больших — стремится к константе. Такое поведение приближённо описывается следующей двухпараметрической интерполирующей функцией

$$f_\infty(\epsilon) \approx -\frac{3}{4} \ln \left[(d_1 m/\epsilon)^2 + d_2 \right], \quad d_i \approx \{10.7, 30.7\}. \quad (23)$$

Численные данные (круги с интервалами численных ошибок) вместе с графиком функции (23) (сплошная линия) изображены на Рис. 3. Из этой функции было найдено значение минимального по модулю наклона, который достигается в ультрарелятивистском пределе и равен $f_\infty \rightarrow -2.57 \pm 0.06$. Полученные результаты указывают на экспоненциальное подавление вероятностей многочастичного рождения в теории (1) при всех значениях λn и ϵ .

Также в этом разделе проводится анализ нерелятивистского и ультрарелятивистского пределов. При малых ε/m вероятность многочастичного рождения можно оценить, как произведение квадрата модуля пороговой амплитуды на фазовый объём частиц конечного состояния аналогично (4). Используя этот факт, было найдено значение модуля амплитуды многочастичного рождения на пороге при помощи экстраполяции численных данных в $\varepsilon/m \rightarrow 0$. Также был проведён анализ предела $\varepsilon/m \gg 1$, который указал на то, что в этом пределе можно находить вероятности многочастичного рождения, рассматривая безмассовую теорию.

В Разделе 3.4 представлены выводы к главе, а также обсуждение полученных результатов. В частности, обсуждается совместность полученных результатов с предположениями, лежащими в основе квазиклассического описания многочастичного рождения, интерпретация полученных инклюзивных вероятностей и амплитуд, а также правдоподобность сценария “Хиггсовского взрыва” в контексте полученных численных данных.

Результаты третьей главы опубликованы в работах [2; 3].

В Заключение приведены основные результаты проведённых исследований.

В Приложении А приведены детали численного нахождения решения седловых уравнений, возникающих в методе сингулярных решений Д.Т. Шона [20].

Основные публикации по теме диссертации

1. *Demidov S. V., Farkhtdinov B. R.* Numerical study of multiparticle scattering in $\lambda\phi^4$ theory // JHEP. — 2018. — Т. 11. — С. 068. — DOI: [10.1007/JHEP11\(2018\)068](https://doi.org/10.1007/JHEP11(2018)068). — arXiv: [1806.10996](https://arxiv.org/abs/1806.10996) [hep-ph].
2. *Demidov S. V., Farkhtdinov B. R., Levkov D. G.* Numerical Study of Multiparticle Production in ϕ^4 Theory: Comparison with Analytical Results // JETP Lett. — 2021. — Т. 114, № 11. — С. 649–652. — DOI: [10.1134/S0021364021230028](https://doi.org/10.1134/S0021364021230028). — arXiv: [2111.04760](https://arxiv.org/abs/2111.04760) [hep-ph].
3. *Demidov S. V., Farkhtdinov B. R., Levkov D. G.* Suppression exponent for multiparticle production in $\lambda\phi^4$ theory // JHEP. — 2023. — Т. 02. — С. 205. — DOI: [10.1007/JHEP02\(2023\)205](https://doi.org/10.1007/JHEP02(2023)205). — arXiv: [2212.03268](https://arxiv.org/abs/2212.03268) [hep-ph].

Цитированная литература

4. *Ringwald A.* High-Energy Breakdown of Perturbation Theory in the Electroweak Instanton Sector // Nucl. Phys. B. — 1990. — Т. 330. — С. 1—18. — DOI: [10.1016/0550-3213\(90\)90300-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(90)90300-3).
5. *Espinosa O.* High-Energy Behavior of Baryon and Lepton Number Violating Scattering Amplitudes and Breakdown of Unitarity in the Standard Model // Nucl. Phys. B. — 1990. — Т. 343. — С. 310—340. — DOI: [10.1016/0550-3213\(90\)90473-Q](https://doi.org/10.1016/0550-3213(90)90473-Q).
6. *Brown L. S.* Summing tree graphs at threshold // Phys. Rev. D. — 1992. — Т. 46. — R4125—R4127. — DOI: [10.1103/PhysRevD.46.R4125](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.46.R4125). — arXiv: [hep-ph/9209203](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9209203).
7. *Argyres E. N., Kleiss R. H. P., Papadopoulos C. G.* Amplitude estimates for multi - Higgs production at high-energies // Nucl. Phys. B. — 1993. — Т. 391. — С. 42. — DOI: [10.1016/0550-3213\(93\)90140-K](https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90140-K).
8. *Argyres E. N., Papadopoulos C. G., Kleiss R. H. P.* Multiscalar production amplitudes beyond threshold // Nucl. Phys. B. — 1993. — Т. 395. — С. 3. — DOI: [10.1016/0550-3213\(93\)90205-4](https://doi.org/10.1016/0550-3213(93)90205-4). — arXiv: [hep-ph/9211237](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9211237).
9. Exponentiation of multiparticle amplitudes in scalar theories / M. V. Libanov [и др.] // Phys. Rev. D. — 1994. — Т. 50. — С. 7553—7569. — DOI: [10.1103/PhysRevD.50.7553](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.50.7553). — arXiv: [hep-ph/9407381](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9407381).
10. *Goldberg H.* Breakdown of perturbation theory at tree level in theories with scalars // Phys. Lett. B. — 1990. — Т. 246. — С. 445—450. — DOI: [10.1016/0370-2693\(90\)90628-J](https://doi.org/10.1016/0370-2693(90)90628-J).
11. *Zakharov V. I.* High-energy production of scalar bosons in weak coupling theories // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Т. 67. — С. 3650. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.67.3650](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.67.3650).
12. *Maggiore M., Shifman M. A.* Nonperturbative processes at high energies in weakly coupled theories: Multi-instantons set an early limit // Nucl. Phys. B. — 1992. — Т. 371. — С. 177. — DOI: [10.1016/0550-3213\(92\)90234-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(92)90234-3).
13. *Voloshin M. B.* Summing one loop graphs at multiparticle threshold // Phys. Rev. D. — 1993. — Т. 47. — R357—R361. — DOI: [10.1103/PhysRevD.47.R357](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.47.R357). — arXiv: [hep-ph/9209240](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9209240).
14. *Libanov M. V., Son D. T., Troitsky S. V.* Exponentiation of multiparticle amplitudes in scalar theories. 2. Universality of the exponent // Phys. Rev. D. — 1995. — Т. 52. — С. 3679—3687. — DOI: [10.1103/PhysRevD.52.3679](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.52.3679). — arXiv: [hep-ph/9503412](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9503412).

15. *Argyres E. N., Kleiss R. H. P., Papadopoulos C. G.* Multiscalar amplitudes to all orders in perturbation theory // *Phys. Lett. B.* — 1993. — T. 308. — C. 292—296. — DOI: [10.1016/0370-2693\(93\)91287-W](https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)91287-W). — arXiv: [hep-ph/9303321](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9303321). — [Addendum: *Phys.Lett.B* 319, 544 (1993)].
16. *Voloshin M. B.* Strong high-energy scattering in theories with weak coupling // *Phys. Rev. D.* — 1991. — T. 43. — C. 1726. — DOI: [10.1103/PhysRevD.43.1726](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.43.1726).
17. *Khlebnikov S. Y.* Semiclassical approach to multiparticle production // *Phys. Lett. B.* — 1992. — T. 282. — C. 459—465. — DOI: [10.1016/0370-2693\(92\)90669-U](https://doi.org/10.1016/0370-2693(92)90669-U).
18. *Gorsky A. S., Voloshin M. B.* Nonperturbative production of multiboson states and quantum bubbles // *Phys. Rev. D.* — 1993. — T. 48. — C. 3843. — DOI: [10.1103/PhysRevD.48.3843](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.48.3843). — arXiv: [hep-ph/9305219](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9305219).
19. *Diakonov D., Petrov V.* Nonperturbative isotropic multiparticle production in Yang-Mills theory // *Phys. Rev. D.* — 1994. — T. 50. — C. 266—282. — DOI: [10.1103/PhysRevD.50.266](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.50.266). — arXiv: [hep-ph/9307356](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9307356).
20. *Son D. T.* Semiclassical approach for multiparticle production in scalar theories // *Nucl. Phys. B.* — 1996. — T. 477. — C. 378—406. — DOI: [10.1016/0550-3213\(96\)00386-0](https://doi.org/10.1016/0550-3213(96)00386-0). — arXiv: [hep-ph/9505338](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9505338).
21. *Rubakov V. A.* Nonperturbative aspects of multiparticle production // 2nd Rencontres du Vietnam: Consisting of 2 parallel conferences: Astrophysics Meeting: From the Sun and Beyond / Particle Physics Meeting: Physics at the Frontiers of the Standard Model. — 10.1995. — arXiv: [hep-ph/9511236](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9511236).
22. *Landau L. D., Lifshits E. M.* Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory. T. v.3. — Oxford : Butterworth-Heinemann, 1991. — (Course of Theoretical Physics). — ISBN 978-0-7506-3539-4.
23. Singular classical solutions and tree multiparticle cross-sections in scalar theories / F. L. Bezrukov [и др.] // 10th International Workshop on High-energy Physics and Quantum Field Theory (NPI MSU 95). — 09.1995. — C. 228—238. — arXiv: [hep-ph/9512342](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9512342).
24. *Bezrukov F. L., Libanov M. V., Troitsky S. V.* O(4) symmetric singular solutions and multiparticle cross-sections in ϕ^4 theory at tree level // *Mod. Phys. Lett. A.* — 1995. — T. 10. — C. 2135—2141. — DOI: [10.1142/S0217732395002283](https://doi.org/10.1142/S0217732395002283). — arXiv: [hep-ph/9508220](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9508220).
25. *Bezrukov F. L.* Use of singular classical solutions for calculation of multiparticle cross-sections in field theory // *Theor. Math. Phys.* — 1998. — T. 115. — C. 647. — DOI: [10.1007/BF02575488](https://doi.org/10.1007/BF02575488). — arXiv: [hep-ph/9901270](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9901270).

26. *Khoze V. V., Spannowsky M.* Higgspllosion: Solving the hierarchy problem via rapid decays of heavy states into multiple Higgs bosons // Nucl. Phys. B. — 2018. — Т. 926. — С. 95—111. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2017.11.002](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2017.11.002). — arXiv: [1704.03447](https://arxiv.org/abs/1704.03447) [hep-ph].
27. *Khoze V. V.* Multiparticle production in the large λn limit: realising Higgspllosion in a scalar QFT // JHEP. — 2017. — Т. 06. — С. 148. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2017\)148](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2017)148). — arXiv: [1705.04365](https://arxiv.org/abs/1705.04365) [hep-ph].
28. Problems with Higgspllosion / A. Belyaev [и др.] // Phys. Rev. D. — 2018. — Т. 98, № 11. — С. 113001. — DOI: [10.1103/PhysRevD.98.113001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.113001). — arXiv: [1808.05641](https://arxiv.org/abs/1808.05641) [hep-ph].
29. *Monin A.* Inconsistencies of higgspllosion. — 2018. — АБГ. — arXiv: [1808.05810](https://arxiv.org/abs/1808.05810) [hep-th].
30. *Dine M., Patel H. H., Ulbricht J. F.* Behavior of Cross Sections for Large Numbers of Particles. — 2020. — Февр. — arXiv: [2002.12449](https://arxiv.org/abs/2002.12449) [hep-ph].
31. *Libanov M. V., Rubakov V. A., Troitsky S. V.* Multiparticle processes and semiclassical analysis in bosonic field theories // Phys. Part. Nucl. — 1997. — Т. 28. — С. 217—240. — DOI: [10.1134/1.953038](https://doi.org/10.1134/1.953038).
32. *Demidov S., Levkov D.* High-energy limit of collision-induced false vacuum decay // JHEP. — 2015. — Т. 06. — С. 123. — DOI: [10.1007/JHEP06\(2015\)123](https://doi.org/10.1007/JHEP06(2015)123). — arXiv: [1503.06339](https://arxiv.org/abs/1503.06339) [hep-ph].
33. *Khoze V. V., Spannowsky M.* Consistency of Higgspllosion in Localizable QFT // Phys. Lett. B. — 2019. — Т. 790. — С. 466. — DOI: [10.1016/j.physletb.2019.01.052](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.01.052). — arXiv: [1809.11141](https://arxiv.org/abs/1809.11141) [hep-ph].
34. *Khoze V. V., Spannowsky M.* Higgsploding universe // Phys. Rev. D. — 2020. — Т. 96, № 7. — С. 075042. — DOI: [10.1103/PhysRevD.96.075042](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.96.075042). — arXiv: [1707.01531](https://arxiv.org/abs/1707.01531) [hep-ph].
35. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing / W. Press [и др.]. — 3-е изд. — Cambridge University Press, 2007. — ISBN 9780521880688.
36. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines / N. Metropolis [и др.] // The Journal of Chemical Physics. — 1953. — Т. 21, № 6. — С. 1087—1092. — DOI: [10.1063/1.1699114](https://doi.org/10.1063/1.1699114). — eprint: <https://doi.org/10.1063/1.1699114>. — URL: <https://doi.org/10.1063/1.1699114>.
37. *Pincus M.* A Monte Carlo Method for the Approximate Solution of Certain Types of Constrained Optimization Problems // Operations Research. — 1970. — Т. 18, № 6. — С. 1225—1228. — ISSN 0030364X, 15265463.
38. *NVIDIA, Vingelmann P., Fitzek F. H.* CUDA, release: 10.2.89. — 2020. — <https://developer.nvidia.com/cuda-toolkit>.
39. *Tabor M.* Chaos and integrability in nonlinear dynamics : an introduction. — New York (N.Y.) : Wiley, 1989.

Научное издание
Фархудинов Булат Ринатович
Процессы многочастичного рождения
в квантовой теории поля
АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Ф-т 60x84/16 Уч.-изд.л. 1,2 Зак. № 22519 Тираж 70 экз. Бесплатно

Печать цифровая

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт ядерных исследований Российской академии наук

Издательский отдел
117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а